ENCICLOPEDIA
sobre el Desarrollo de
la Primera Infancia

MATEMÁTICAS

Las trayectorias del aprendizaje en las primeras matemáticas – secuencias de adquisición y aprendizaje

Douglas H. Clements, PhD, Julie Sarama, PhD

Graduate School of Education, University at Buffalo, USA, The State University of New York at Buffalo, EE.UU.

Julio 2010

Introducción

Los niños y las niñas desarrollan progresos naturales aprendiendo y desarrollándose, como en un simple ejemplo, primero aprenden a gatear, luego a caminar, correr, saltar y cada vez con mayor destreza y habilidad. Lo mismo ocurre con las matemáticas, ya que aprenden las ideas y las habilidades de acuerdo a su propia experiencia. Al momento de que las personas que educan comprenden este desarrollo progresivo, las secuencias de sus actividades se basaran en esto y pueden construir ambientes de aprendizajes enriquecidos matemáticamente, para un apropiado y efectivo desarrollo, lo que en definitiva resultan ser un componente fundamental dentro de la trayectoria del aprendizaje.

Preguntas directrices

Trayectorias de aprendizaje que pueden ayudar a responder las siguientes preguntas

1. ¿Cuáles objetivos se deben establecer?
2. ¿Por dónde comenzar?
3. ¿Cómo sabemos dónde ir después?
4. ¿Cómo podemos llegar ahí?

Resultados de recientes investigaciones

En recientes investigaciones se ha llegado a un acuerdo básico sobre la naturaleza de las trayectorias del aprendizaje.[1] Las que se componen de tres partes: a) un objetivo matemático; b) un camino de desarrollo, a través del cual los niños y las niñas se desarrollan para lograr el objetivo; y c) un conjunto de actividades o tareas para apoyar en cada nivel pensamiento y su desarrollo. Los que vamos a examinar en cada una de sus partes a continuación.

Objetivos: Las grandes ideas de las matemáticas

La primera parte de una trayectoria de aprendizaje es un objetivo matemático, nuestros objetivos son las grandes ideas de las matemáticas. Los clústeres de conceptos que son matemáticamente centrales y coherentes, están en consonancia con el pensamiento de los niños y las niñas y la generación de aprendizajes futuros. Estas grandes ideas vienen de diferentes proyectos, incluyendo los del Consejo Nacional de Profesores(as) de Matemáticas y el Panel Nacional de Matemáticas.[2,3,4] Por ejemplo, una gran idea se puede utilizar para averiguar cuántos elementos hay en un conjunto. Otra podría ser, sobre las formas geométricas que se pueden describir, analizar, transformar, componer y descomponer en otras formas. Lo importante, es entender que hay varias de estas grandes ideas y trayectorias, y dependiendo de su clasificación hay alrededor de 12.

Los progresos en el desarrollo: Los caminos del aprendizaje

La segunda parte de una trayectoria en el aprendizaje consiste en los niveles del pensamiento, cada uno más sofisticado que el anterior y conduce al logro del objetivo matemático. Es decir, la progresión del desarrollo describe una trayectoria típica de los niños y las niñas sobre la comprensión y la habilidad de este tema matemático. El desarrollo matemático comienza cuando se inicia la vida. Los niños y las niñas de tempranas edades tienen ciertas competencias

matemáticas en los números, sentido espacial y patrones desde que nacen.[5,6]

Sin embargo, las ideas de los niños y las niñas y sus interpretaciones de situaciones son diferentes que las de las personas adultas. Por esta razón, quienes enseñan deben considerar esta situación y no asumir que los niños y las niñas ven situaciones, problemas o soluciones como personas adultas. De igual forma, quienes educan deben interpretar qué están haciendo y pensando los niños y las niñas desde su perspectiva. Igualmente, cuando se interactúa es importante considerar las tareas, de acuerdo a las propias acciones de los niños y las niñas. Lo que hace en definitiva que la educación en la primera infancia sea exigente y gratificante.

Las trayectorias del aprendizaje que se han creado como parte de los Bloques de Construcción[a] y TRIAD[b] que son proyectos que proporcionan etiquetas simples, para cada nivel del pensamiento durante toda la trayectoria del aprendizaje. La figura 1 ilustra una parte de la trayectoria del aprendizaje para contar. La columna de Desarrollo Progresivo ofrece una etiqueta y una descripción para cada nivel, junto a un ejemplo del pensamiento y comportamiento de los niños y las niñas. Es importante, considerar que las edades de la primera columna son aproximadas y sin experiencia; se podría decir que algunos niños y niñas están bajo la media. Una educación de alta calidad puede conllevar a superar el promedio, como en la ilustración los niños y las niñas de 4 años que siguen el plan de estudios de Bloques de Construcción, que pueden superar el nivel de los 5 años, en la mayoría de las trayectorias del aprendizaje. (Para las trayectorias completas del aprendizaje, ver Clements & Sarama;[7] Sarama & Clements.[6] Estas obras, también revisan el extenso trabajo de investigación sobre la que se basan todas las trayectorias del aprendizaje).

Las tareas de la instrucción: Los pasos del aprendizaje

La tercera parte de la trayectoria del aprendizaje, consiste en un conjunto de tareas de instrucción, que se adaptan a cada uno de los niveles del pensamiento en desarrollo progresivo. Estas tareas son diseñadas para apoyar a los niños y a las niñas a aprender ideas y herramientas necesarias para lograr el nivel del pensamiento. Es así, como profesores(as) deben promover estas tareas en los niños y las niñas, para el paso de un nivel a otro. La tercera columna de la figura 1 proporciona ejemplos de tareas (Nuevamente, la trayectoria completa de aprendizaje en Clements & Sarama,[6,7] incluidos no todos los niveles de desarrollo, pero si diferentes instrucciones para las tareas de acuerdo a cada nivel).

Tabla 1. Ejemplos de trayectorias del aprendizaje para el conteo (todos los ejemplos de Clements & Sarama,[8] Clements & Sarama,[7] Sarama & Clements[6]).

Edad	Desarrollo progresivo	Tareas del aprendizaje
1 año	***Pre-Contar*** *Verbal* No verbal cuentas. **Cantar** *Verbal* Canciones “cantar-canción” o algunas veces-palabras de números indistinguibles.	Asociar las palabras de los números con las cantidades y los componentes de las secuencias de las cuentas. Experiencias repetidas con la secuencia de las cuentas en variados contextos.
2 años	**Recitar** *Verbal* verbalmente que cuenta con palabras sueltas, no necesariamente en el orden correcto.	Proporcionan repetidamente la experiencia frecuente, con la secuencia de conteo en diversos contextos. Cuentan y hacen carreras verbales los niños y las niñas, a través del computador (hasta 50) para adicionar autos en una pista de carreras de uno a uno.
3 años	**Recitar (10)** *Verbal* Verbalmente cuentas hasta 10, con alguna correspondencia en los objetos.	*Cuentan y mueven* teniendo todos los niños y las niñas que contar del 1 al 10 o un número apropiado, haciendo movimientos con cada cuenta. Por ejemplo, diga, “uno” [se toca la cabeza], “dos” [se toca los hombros], “tres” [se toca la cabeza], y así sucesivamente.

Edad	Desarrollo progresivo	Tareas del aprendizaje
	Corresponder Corresponder Mantiene correspondencia entre las palabras contadas y los objetos (una palabra por cada objeto), al menos para pequeños grupos de objetos colocados en una línea.	*Cocina en el computador*, hacen clic en los objetos al mismo tiempo que en los números, desde el 1 al 10 y se cuentan en voz alta. Por ejemplo, hacen clic sobre trozos de comida y se saca uno cada vez que se cuenta.
4 años	**Contar (números pequeños)** Se cuenta con precisión los objetos en línea al 5 y se responde “cuántos” con el último número contado.	*Cubos en la caja*, cuentan pequeños conjuntos de cubos, para ponerlos en las cajas y cerrar la tapa. Luego se les pregunta cuántos cubos están adentro, y si el niño o la niña, si puede, escribirá el número. Luego se vacía la caja y se cuenta en conjunto para comprobar. *Pizza Pizzazz 2*, los niños cuentan objetos hasta 5, colocando el número solicitado de ingredientes o de elementos en la pizza.

©2010-2025 ABILIO | MATEMÁTICAS

Edad	Desarrollo progresivo	Tareas del aprendizaje
	Producir — Counter To (Small Numbers) Contar a (pequeños números) Se cuentan más de 5 objetos y se reconoce que la cuenta es relevante, cuando se tiene que incluir un número determinado.	*Cuentan movimientos*, a la espera durante las transiciones, los niños y las niñas cuentan cuántas veces se salta o aplaude, u otro tipo de movimiento. De lo que, tienen que hacer esos movimientos el mismo número de veces. En un inicio se cuentan las acciones en conjunto con los niños y las niñas. *Pizza Pizzazz 3,* agregan ingredientes para pretender hacer una pizza (hasta 5) y la idea es hacerlos coincidir con los números de destino.
5 años	**Contar y producir (10+)** Cuentas y recuentos de objetos con precisión hasta 10 y a partir de ahí, podrán ir más allá (alrededor 30).Se tienen interiorizados los números cardinales, como decir cuántos números. Realizar un seguimiento de los objetos que tienen y los que no han sido contados, incluso en diferente orden.	*Contando Torres (más de 10)* Para permitir contar a los niños y a las niñas hasta 20 y más allá, tienen que hacer torres con objetos tales como monedas. Lo hacen hasta lo más alto posible colocando más monedas y no es necesario que estén derechas. El objetivo es estimar y luego contar para averiguar cuántas monedas hay en su torre más alta. *Dino Shop 2* Añaden dinosaurios en una caja para que coincidan con los números de destino.

En resumen, aprender las trayectorias describe los objetivos de aprendizaje, los procesos del pensamiento y el aprendizaje de los niños y las niñas tienen varios niveles, y estos dependen las actividades que se puedan desarrollar. Cabe señalar, que a menudo las personas presentan diversas interrogantes respecto al aprendizaje de las trayectorias.

Direcciones futuras

A pesar de que las trayectorias del aprendizaje han demostrado ser eficaces en el currículo de matemáticas temprana y el desarrollo profesional,[9,10] no hay muchos estudios para comparar las distintas vías de implementación de estas trayectorias. Por tanto, su función exacta aún no se ha estudiado. Además, en años recientes diferentes trayectorias del aprendizaje se han basado en considerables investigaciones, como las de cálculo y aritmética. Sin embargo, otras como los patrones y la medición tienen una base menor de investigación. Del mismo modo, hay pocas pautas sofisticadas de tópicos matemáticos para enseñar a estudiantes de más edad. Lo que, representa uno de los desafíos en este campo de estudios.

Conclusiones

Las trayectorias del aprendizaje son prometedoras para mejorar el desarrollo profesional y la enseñanza en el área de las matemáticas tempranas. Por ejemplo, el número reducido de profesores(as) que actualmente lideraron profundas discusiones de la reforma de las matemáticas en las aulas, vieron que no podía ser a través del currículo, pero si a través del apoyo de estudiantes en los distintos niveles de compresión.[11] Además, quienes investigan sugirieron que el centro en las trayectorias del aprendizaje no sólo aumenta el conocimiento para profesores(as), sino que también en sus estudiantes para la motivación y el logro.[12,13,14] De igual forma, pueden facilitar el desarrollo apropiado de la enseñanza y el aprendizaje para todos los niños y las niñas.

Nota de los autores:

El presente texto fue apoyado en parte por la Fundación Nacional de las Ciencias, con la subvención No. ESI-9730804 a D. H. Clements y Sarama Scaling “Building Blocks—Foundations for Mathematical Thinking, Pre- kindergarten to Grade 2: Research-based Materials Development y en una pequeña parte por el Instituto de Ciencias de la Educación (U.S. Departamento de Educación bajo la iniciativa Inter-agencial de Investigación para la Educación, o IERI, una colaboración de IES, NSF, and NICHHD) bajo la subvención No. R305K05157 a D. H. Clements, J. Sarama, y J. Lee,

“Scaling Up TRIAD: Teaching Early Mathematics for Understanding with Trajectories and Technologies.” Algunas opiniones, resultados, conclusiones o recomendaciones expresadas en este material son las de los autores y no reflejan necesariamente los puntos de vista de las agencias de financiamiento. El currículo evaluado en esta investigación, ya ha sido publicado por los(as) autores(as), lo que sustenta un interés personal en los resultados. Cabe decir, que se contó con una persona auditora externa para la supervisión del diseño de la investigación, recopilación de datos y análisis, y cinco investigadores(as) independiente, para reforzar los resultados y los procesos. En la lista de autoría que se encuentra en orden alfabético, es posible encontrar a quienes contribuyeron en la investigación.

Referencias

1. Clements DH, Sarama J, eds. Hypothetical learning trajectories. *Mathematical Thinking and Learning* 2004;6(2).
2. Clements DH, Conference Working Group. Part one: Major themes and recommendations. In: Clements DH, Sarama J, DiBiase AM, eds. *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates; 2004: 1-72.
3. NCTM. *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics: A quest for coherence*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematic; 2006.
4. United States. National Mathematics Advisory Panel. *Foundations for success: The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel*. Washington D.C.: U.S. Department of Education, Office of Planning, Evaluation and Policy Development; 2008.
5. Clements DH, Sarama J. Early childhood mathematics learning. In: Lester FK Jr, ed. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York, NY: Information Age Publishing; 2007a: 461-555.
6. Sarama J, Clements DH. *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. New York, NY: Routledge; 2009.
7. Clements DH, Sarama J. *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. New York: Routledge; 2009.
8. Clements DH, Sarama J. SRA real math building blocks. Teacher's resource guide pre K. Columbus, OH: SRA/McGraw-Hill; 2007b.
9. Clements DH, Sarama J. Experimental evaluation of the effects of a research-based preschool mathematics curriculum. *American Educational Research Journal* 2008;45:443-494.
10. Sarama J, Clements DH, Starkey P, Klein A, Wakeley A. *Scaling up the implementation of a pre-kindergarten mathematics curriculum: Teaching for understanding with trajectories and technologies*. Journal of Research on Educational Effectiveness 2008;1:89-119.
11. Fuson KC, Carroll WM, Drueck JV. Achievement results for second and third graders using the Standards-based curriculum Everyday Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education* 2000;31:277-295.
12. Clarke BA. A shape is not defined by its shape: Developing young children’s geometric understanding. *Journal of Australian Research in Early Childhood Education* 2004;11(2):110-127.
13. Fennema EH, Carpenter TP, Frank ML, Levi L, Jacobs VR, Empson SB. A longitudinal study of learning to use children's thinking in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education* 1996;27:403-434.

14. Wright RJ, Martland J, Stafford AK, Stanger G. *Teaching number: Advancing children's skills and strategies* . London: Paul Chapman Publications/Sage; 2002.

---

[a] Ver también la Construcción de bloques Web Site. Available at: http://www.ubbuildingblocks.org/. Accessed October 6, 2016.

[b] Ver tambi TRIAD Web Site. Available at: http://www.ubtriad.org. Accessed October 6, 2016.