



Matemáticas

Actualización Octubre 2016

Editor del Tema:

Jeff Bisanz, PhD, University of Alberta, Canadá

Tabla de contenidos

Síntesis	5
<hr/>	
El conocimiento de las matemáticas en la primera infancia	8
CATHERINE SOPHIAN, PHD, JUNIO 2009	
<hr/>	
Los primeros predictores del rendimiento en matemáticas y las dificultades en su aprendizaje	14
NANCY C. JORDAN, PHD, JUNIO 2010	
<hr/>	
Las primeras matemáticas: la transición de la primera infancia a la infancia	20
KELLY S. MIX, PHD, JUNIO 2010	
<hr/>	
Enseñanza de las matemáticas a los preescolares	27
JODY L. SHERMAN-LEVOS, PHD, JULIO 2010	
<hr/>	
Las trayectorias del aprendizaje en las primeras matemáticas – secuencias de adquisición y aprendizaje	33
DOUGLAS H. CLEMENTS, PHD, JULIE SARAMA, PHD, JULIO 2010	
<hr/>	
El fomento de las matemáticas en la educación preescolar y en el jardín	41
ARTHUR J. BAROODY, PHD, JULIO 2010	
<hr/>	

Tema patrocinado por:



Síntesis

¿Por qué es importante?

Las matemáticas algunas veces son definidas como una forma de comprender a los números de acuerdo a las cantidades específicas que representan. Lo que refleja una serie de habilidades y conocimientos (Por ejemplo, contar, diferenciar entre conjuntos de cantidades diferentes, operaciones de sumatoria y sustracción). Por tanto las matemáticas son usadas a menudo para referirse a un amplio rango de conceptos y destrezas que se relacionan con los números. Cabe decir, que estas habilidades en los niños y las niñas surgen desde las primeras edades para ser integradas y la idea de exponerles a la enseñanza de las matemáticas en la primera infancia -EMPI- (Early Childhood Mathematical Education, ECME) ha existido desde hace más de un siglo. Sin embargo, las actuales discusiones giran en torno a los objetivos de formación inicial en matemáticas y los métodos para alcanzarlos. Los aprendizajes de matemáticas en tempranas edades pueden y debieran ser integrados en actividades diarias de los niños y las niñas, a través de las relaciones de medición con sus patrones y espacios, que dan la oportunidad de desarrollar en forma práctica sus habilidades y aprendizajes en matemáticas. Desafortunadamente, no todos los niños y las niñas tienen las mismas oportunidades, por eso el énfasis de promover la enseñanza de las matemáticas en la primera infancia -EMPI- dentro de la formulación de los objetivos y programa.

Las dificultades en matemáticas son relativamente comunes entre los niños y las niñas de edad escolar. Aproximadamente 1 de cada 10 niños(as) tendrán algún diagnóstico de aprendizaje relacionado con las matemáticas durante su educación. Una de las formas más conocida es la discalculia, que se refiere a la imposibilidad de contar números y registro de objetos, y también distinguir números.

¿Qué sabemos?

El conocimiento matemático básico surge en la infancia, donde los niños y las niñas a partir de los 6 meses de edad son capaces de percibir entre pequeños grupos de elementos, que varían en cantidad (2 vs. 3 objetos), e incluso pueden distinguir cantidades mayores, siempre que la diferencia entre dos proporciones sea lo suficientemente grande (16 vs.32, pero no 8 vs, 12).

Estas representaciones pre-verbales se refinan con el tiempo, aunque no son suficientes para la construcción de bloques del futuro aprendizaje matemático.

Uno de los logros más importantes de las matemáticas es el hecho de la fluidez, que se refiere a los conocimientos necesarios para poder realizar sumas y restas de forma ágil, oportuna y precisa. Durante los primeros años de vida, los niños y las niñas adquieren progresivamente la fluidez, a menudo comienzan con los números intuitivamente (por ejemplo, saber el significado de los números uno, dos, tres) lo que conduce a la capacidad de reconocer, pero sólo cifras pequeñas y que no contengan más de dos elementos.

A medida que los niños y las niñas van creciendo pueden desarrollar habilidades numéricas avanzadas, cerca de los 3 años comienzan a tener competencias, algunas no verbales que se basan en objetos, tales como el proceso de la adición y la sustracción, como también la capacidad de discernir si un juego tiene una cantidad mayor que la segunda. A pesar de que los niños y las niñas preescolares sólo pueden hacer relaciones de conjuntos de 2, 3 y 4 elementos, si se esfuerzan podrían hacerlo con otras formas y tamaños como por ejemplo con figuras de animales. Igualmente, los y las preescolares tienen facilidad de distraerse por características superficiales, como cantidades que se encuentren dentro de una fila. En este sentido, hay investigaciones en curso dedicadas a determinar cómo el conocimiento acerca de las cantidades en la infancia se relaciona con la edad preescolar, las competencias numéricas y posteriormente, en el rendimiento escolar.

Aunque la mayoría de los niños y las niñas puedan descubrir naturalmente los conceptos matemáticos, el medio ambiente y las experiencias culturales juegan un papel importante en el avance del conocimiento de los números. En un inicio, la adquisición del lenguaje permite a los niños y a las niñas resolver problemas verbales y desarrollar el sentido de los números (por ejemplo, la comprensión cardinal, el total de los números del conjunto). Los niños y las niñas que carecen de las experiencias tempranas tienden a atrasarse ante sus pares, como es el caso de quienes provienen de familias desfavorecidas económicamente, ya que desde un principio tienden a desarrollar menores habilidades numéricas y que luego se traducen en dificultades matemáticas en la escuela. La resolución de problemas numéricos y tipos de estrategias cognitivas utilizadas en los niños y las niñas pueden variar considerablemente, incluso sus respuestas de un ensayo a otro puede ser sustancial.

La promoción temprana de las competencias en matemáticas, es de relevancia para la preparación de los niños y las niñas antes de ingresar a la escuela. En el nivel preescolar tienen adquiridas las capacidades de contar, nombrar los números y diferenciar distintas cantidades. Cabe considerar que las habilidades numéricas de los niños y las niñas después en la escuela adquieren mayor fuerza con la lectura, la mayor concentración y las capacidades socioemocionales.

¿Qué podemos hacer?

Existe una disposición dada naturalmente de los niños y las niñas para aprender sobre los números, por lo que se les debiera motivar para explorar libremente y practicar sus habilidades en un marco de actividades no estructuradas. Estas actividades de aprendizajes deben realizarse en ambientes agradables y apropiados para que se animen y comprometan con lo que hacen. Los juegos de mesa y otras actividades que implican experimentar con los números, puede ayudar a los niños y a las niñas a desarrollar sus habilidades numéricas. Los materiales como los block de dibujos, rompecabezas y otros pueden ayudar a fomentar el desarrollo de las matemáticas.

Los padres y las madres pueden ayudar el fomento del conocimiento de las matemáticas mediante la creación de experiencias significativas con los números pares y una debida retroalimentación (por ejemplo, preguntar cuántos pies tiene y luego explicar en la respuesta por qué sólo necesita dos en el uso de zapatos). También padres/madres y profesores(as) deberían aprovechar momentos cotidianos para que los niños y las niñas piensen y comenten sobre los números, ya que estos pueden ser introducidos en los juegos (dados), arte (dibujo de una estrella) y la música (manteniendo el ritmo con golpecitos de 2 o 3 tiempos)

Considerando que la perspectiva y comprensión de los niños y las niñas sobre la interpretación de problemas matemáticos son diferentes de las personas adultas, es importante que quienes educan conozcan que el aprendizaje de las matemáticas sigue un proceso y debe tener un diseño apropiado. De esta manera, para mejorar las intervenciones de las matemáticas desde el Jardín, se debiera asegurar que los niños y las niñas puedan reconocer pequeños grupos de objetos (2 y 3) y hacer la distinción de conjuntos grandes (4 o 5).

El conocimiento de las matemáticas en la primera infancia

Catherine Sophian, PhD

University of Hawaii, EE.UU.

Junio 2009

Introducción

En los últimos años, las investigaciones sobre el aprendizaje de las matemáticas en los niños y las niñas han ido aumentando rápidamente. Estas abarcan un amplio rango de habilidades y conceptos, desde las capacidades de la infancia de discriminar entre el conjunto de diferentes números de elementos^{1,2} preescolares que comprenden el número de palabras^{3,4} y las cuentan,^{5,6,7} como la relación inversa entre la adición y la sustracción.^{8,9}

Materia

Las investigaciones sobre el aprendizaje de las matemáticas en los niños y las niñas proporciona una base importante en la formulación de estándares de la educación preescolar¹⁰ y en el diseño curricular matemático en las primeras edades.^{11,12,13} Asimismo el conocimiento que adquieran en esta etapa de sus vidas antes de ingresar a la educación escolar, tiene importantes consecuencias en el rendimiento escolar y la carrera que elijan.¹⁴ En un análisis de predictores académicos basado en 6 bases de datos, se encontraron que a través de las habilidades matemáticas era posible anticipar con mayor certeza el rendimiento escolar futuro, que en otro tipo de habilidades, como las de lectura, atencionales y socioemocionales.¹⁵

Definición del problema

Principalmente, las matemáticas implican la comprensión de los números como representaciones de una particular dimensión. En consecuencia, comprender el desarrollo de las matemáticas en la niñez implica ver cómo los niños y las niñas entienden las cantidades básicas y los aspectos que distinguen a los números de otras cantidades

Contexto de la investigación

Las investigaciones clásicas de Piaget sobre desarrollo lógico- matemático de la comprensión infantil sobre las propiedades generales de las cantidades, como las relaciones de las series y la conservación de equivalencias bajo cierto tipos de modificaciones,¹⁶ puede ser producto de la adquisición concreta del pensamiento alrededor de los 5 a 7 años de edad. Con posterioridad, otras investigaciones¹⁷ demuestran que niños y niñas más jóvenes tienen un mayor conocimiento, con relación a lo que fue identificado por Piaget y que se ratifica con otras investigaciones contemporáneas que evidencian un amplio rango de habilidades numéricas tempranas.¹⁸

Preguntas clave para la investigación

Una propuesta controversial sobre las habilidades numéricas señala que el cerebro está conectado con los números; el cerebro está “cableado” para los números “hard wired”.^{19,20} A menudo, esta idea se basa en la discriminación numérica que se produce en infantes y animales.²¹ Las personas críticas del innatismo (doctrina filosófica que sostiene que la mente nace con ideas/conocimientos), en cuanto al conocimiento de las matemáticas, señalan, que se debe considerar el cambio del desarrollo en el razonamiento numérico,²² como el lento proceso en la diferenciación de los números de otras dimensiones cuantitativas,²³ y el contexto propio del desarrollo del aprendizaje temprano en las matemáticas.²⁴ Además, la experiencia evidencia que se dan a través del lenguaje²⁴ y otras prácticas culturales^{25,26} que contribuyen enormemente en el aprendizaje de las matemáticas durante la infancia.

Resultados de recientes investigaciones

Conocimiento de matemáticas en la infancia

En la actualidad, una de las áreas más activas de investigación es la referente a las habilidades matemáticas en la infancia. Kobayashi, Hiraki y Hasegawa¹ usan las discrepancias entre la información visual y la auditiva sobre el número de elementos en un conjunto, para probar la discriminación de las matemáticas en los seis meses de edad. Ellos muestran a los y las infantes, objetos que hacen sonidos al caer sobre la superficie (dos o tres), estos caen detrás de una pantalla, por lo que los y las bebés sólo pueden oír el sonido y no ver los objetos. Al momento que se retira la pantalla comprueban si el número es igual al sonido que escucharon. Los y las bebés observaban a lo largo y cuando el número no coincidía entre 2 y 3, indicaba que eran capaces de distinguir los tonos. Otras investigaciones señalan que los bebés de seis meses pueden distinguir cantidades numéricas más grandes, siempre y cuando tengan un ratio numérico amplio entre

ellos. A los seis meses, los bebés son capaces de distinguir entre 4 vs. 8²⁷ y hasta 16 vs 32,²⁸ cuando se reduce (por ejemplo de 8 vs 12) es porque a los seis meses la mayoría se equivoca,²⁹ pero a medida que van creciendo el margen de error disminuye.²

El conocimiento de los niños y las niñas sobre las relaciones matemáticas

Puesto que los números representan un tipo de dimensión amplia, resulta fundamental este conocimiento en términos de igualdad.³⁰ Sin lugar a dudas, algo que sorprende es el descubrimiento de la capacidad de los niños y las niñas en edad preescolar, para comparar conjuntos numéricos y particularmente la necesidad de distinguir sus diferencias.

Por ejemplo, Mix³¹ estudió la capacidad de los niños y las niñas desde los tres años para intersectar conjuntos de 2, 3 o 4 puntos. Esta tarea fue fácil cuando los niños y las niñas manipulaban perceptivamente similares puntos (por ejemplo: discos negros, conchas rojas, que eran del mismo tamaño de los puntos). Sin embargo, cuando los puntos eran diferentes se dificultó su realización (por ejemplo: figuras de leones u objetos heterogéneos).

Muldoon, Lewis y Francis⁷ investigaron sobre la capacidad de los niños y las niñas para evaluar la relación matemática entre dos filas y columnas (con 6-9 puntos por fila), cuando en dos filas no había igual número de elementos en una fila o había diferentes números presentaron dificultades, pero luego de tres sesiones mejoraron su rendimiento.

Déficit en la investigación

Si bien los datos de las experiencias relativos a la educación temprana en matemáticas han ido aumentando, la ausencia de explicaciones teóricas que incorporan un amplio rango de resultados empíricos limita nuestra comprensión de cómo los diversos resultados obtenidos encajan y qué cuestiones siguen sin resolverse. En la literatura de la infancia, por ejemplo las capacidades de las cuentas en las habilidades matemáticas tempranas han generado más investigación en los últimos años, pero los resultados no han llevado a la producción teórica, ya que quienes investigan necesitan todos los antecedentes de los resultados para tener una mayor precisión y poder diferenciar empíricamente.

Además, quienes investigan necesitan obtener mayor información acerca de los procesos que conducen a los avances en la educación temprana en matemáticas, ya que se sabe que el desempeño de niños y niñas es afectado por variables contextuales que van desde la cultura y la

clase social de sus contextos³² a patrones de su padre/madre/profesores(as)^{33,34,35} dentro de la interacción diaria. Hasta el momento, sólo se tiene algunas partes de la información, sobretodo de estudios exploratorios^{7,25,36} de experiencias particulares que alteran el pensamiento matemático de los niños y las niñas. Las investigaciones han proporcionado información sobre la convergencia de (i) las experiencias numéricas cotidianas y cómo varían en los distintos rangos de edades y; (ii) los efectos de este tipo de experiencias en el pensamiento infantil, especialmente como les serían útiles.

Conclusiones

Las investigaciones disponibles en niños y niñas de edades tempranas, se han desarrollado sobre el aprendizaje de los números durante cuatro generaciones, las cuales han tenido importantes implicaciones en las políticas y su ejecución práctica. En primer lugar, el desarrollo de las matemáticas es multifacético y abarca mucho más que contar y conocer algunos hechos aritméticos básicos. En segundo lugar, el aprendizaje es progresivo según las edades. Y en tercer lugar, la variabilidad es un fenómeno generalizado y dependerá de las tareas que se les entreguen³⁷ dentro de sus diferentes contextos³ e incluso en sus juicios.^{5,38} Por último, el progreso de los niños y las niñas en el aprendizaje de las matemáticas es muy flexible y se puede apoyar en actividades comunes como los juegos de mesa²⁵ y otras para mejorar las relaciones con los números,^{7,36} donde pueden involucrarse padres/madres y profesores(as)^{33,34,35} en conversaciones sobre los números.

Implicaciones

Una importante contribución que han ofrecido las investigaciones sobre el aprendizaje de matemáticas en la primera infancia, es la posibilidad de hacer políticas y prácticas que informen sobre los objetivos de estos aprendizajes. Los números como otras dimensiones, se caracterizan por tener relaciones de igualdad y desigualdad. Al mismo tiempo, se diferencian en que se basan en el reparto global de las cantidades en unidades. Por ello, las actividades de enseñanza estimulan a los niños y las niñas acerca de las relaciones entre las cantidades y los efectos de las transformaciones, tales como la división,, la agrupación, o la reordenación de esas relaciones pueden ser útiles para avanzar en la comprensión de los niños y las de estas ideas. La variabilidad y la maleabilidad del pensamiento numérico de los niños y niñas en tempranas edades indican el potencial de los programas de instrucción de la primera infancia para contribuir sustancialmente en el desarrollo del aprendizaje en las matemáticas.

Referencias

1. Kobayashi T, Hiraki K, Hasegawa T. Auditory-visual intermodal matching of small numerosities in 6-month-old infants. *Developmental Science* 2005;8(5):409-419.
2. Xu F, Arriaga RI. Number discrimination in 10-month-olds. *British Journal of Developmental Psychology* 2007;25(1):103-108.
3. Mix KS. How Spencer made number: First uses of the number words. *Journal of Experimental Child Psychology* 2009;102(4):427-444.
4. Sarnecka BW, Lee MD. Levels of number knowledge in early childhood. *Journal of Experimental Child Psychology* 2009;103(3):325-337.
5. Chetland E, Fluck M. Children's performance on the 'give-x' task: A microgenetic analysis of 'counting' and 'grabbing' behaviour. *Infant and Child Development* 2007;16(1):35-51.
6. Le Corre M, Carey S. One, two, three, four, nothing more: an investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition* 2007;105(2):395-438.
7. Muldoon K, Lewis C, Francis B. Using cardinality to compare quantities: The role of social-cognitive conflict in the development of basic arithmetical skills. *Developmental Science* 2007;10(5):694-711.
8. Canobi KH, Bethune NE. Number words in young children's conceptual and procedural knowledge of addition, subtraction and inversion. *Cognition* 2008;108(3):675-686.
9. Sherman J, Bisanz J. Evidence for use of mathematical inversion by three-year-old children. *Journal of Cognition and Development* 2007;8(3):333-344.
10. Clements DH, Sarama J, DiBiase AM, eds. *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Mahwah, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates; 2004.
11. Clements DH, Sarama J. Experimental evaluation of the effects of a research-based preschool mathematics curriculum. *American Educational Research Journal* 2008; 45(2):443-494.
12. Griffin S, Case R. Re-thinking the primary school math curriculum: An approach based on cognitive science. *Issues in Education* 1997;3(1):1-49.
13. Starkey P, Klein A, Wakeley A. Enhancing young children's mathematical knowledge through a pre-kindergarten mathematics intervention. *Early Childhood Research Quarterly* 2004;19(1):99-120.
14. National Mathematics Advisory Panel. *Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel*. Washington, DC.: U. S. Department of Education; 2008.
15. Duncan GJ, Dowsett CJ, Claessens A, Magnuson K, Huston AC, Klebanov P, Pagani LS, Feinstein L, Engel M, Brooks-Gunn J, Sexton H, Duckworth K, Japel C. School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*. 2007;43(6):1428 - 46.
16. Piaget J. *The child's conception of number*. Gattegno C, Hodgson FM, trans. New York, NY: Norton; 1952.
17. Gelman R, Gallistel CR. *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press; 1978.
18. Geary DC. Development of mathematical understanding. In: Damon W, ed. *Handbook of child psychology*. 6th ed. New York, NY: John Wiley & Sons; 2006:777-810. Khun D, Siegler RS, eds. *Cognition, perception, and language*. Vol. 2.
19. Butterworth B. *The mathematical brain*. New York, NY: Macmillan; 1999.
20. Dehaene S. *The number sense: How the mind creates mathematics*. Oxford, UK: Oxford University Press; 1997
21. Feigenson L, Dehaene S, Spelke E. Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences* 2004;8(3):307-314.
22. Sophian C. Beyond competence: The significance of performance for conceptual development. *Cognitive Development* 1997;12(3):281-303.

23. Sophian C. *The origins of mathematical knowledge in childhood*. New York, NY: Lawrence Erlbaum Associates; 2007.
24. Mix KS, Sandhofer CM, Baroody AJ. Number words and number concepts: The interplay of verbal and nonverbal quantification in early childhood. In: RV Kail, ed. *Advances in child development and behavior*. vol. 33. New York, NY: Academic Press; 2005:305-346.
25. Ramani GB, Siegler RS. Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child Development* 2008;79(2):375-394.
26. Schliemann AD, Carraher DW. The evolution of mathematical reasoning: Everyday versus idealized understandings. *Developmental Review* 2002;22(2):242-266.
27. Xu F. Numerosity discrimination in infants: Evidence for two systems of representation. *Cognition* 2003;89(1):B15-B25
28. Xu F, Spelke ES, Goddard S. Number sense in human infants. *Developmental Science* 2005;8(1):88-101.
29. Xu F, Spelke ES. Large-number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition* 2000;74(1):B1-B11.
30. Davydov VV. Logical and psychological problems of elementary mathematics as an academic subject. In: Kilpatrick J, Wirszup I, Begle EG, Wilson JW, eds. *Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics*. Chicago, Ill: University of Chicago Press; 1975: 55-107. Steffe LP, ed. *Children's capacity for learning mathematics*. Vol. 7.
31. Mix KS. Surface similarity and label knowledge impact early numerical comparisons. *British Journal of Developmental Psychology* 2008;26(1):1-11.
32. Starkey P, Klein A. Sociocultural influences on young children's mathematical knowledge. In: Saracho ON, Spodek B, eds. *Contemporary perspectives on mathematics in early childhood education*. Charlotte, NC: IAP/Information Age Pub.; 2008:253-276.
33. Blevins-Knabe B, Musun-Miller L. Number use at home by children and their parents and its relationship to early mathematical performance. *Early Development and Parenting* 1996;5(1):35-45.
34. Lefevre J, Clarke T, Stringer AP. Influences of language and parental involvement on the development of counting skills: Comparisons of French- and English-speaking Canadian children. *Early Child Development and Care* 2002;172(3):283-300.
35. Klibanoff RS, Levine SC, Huttenlocher J, Vasilyeva M, Hedges LV. Preschool children's mathematical knowledge: The effect of teacher "math talk." *Developmental Psychology* 2006;42(1):59-69.
36. Sophian C, Garyantes D, Chang C. When three is less than two: Early developments in children's understanding of fractional quantities. *Developmental Psychology* 1997;33(5):731-744.
37. Dowker A. Individual differences in numerical abilities in preschoolers. *Developmental Science* 2008;11(5):650-654.
38. Siegler RS. How does change occur: A microgenetic study of number conservation. *Cognitive Psychology* 1995;28(3):225-273.

Los primeros predictores del rendimiento en matemáticas y las dificultades en su aprendizaje

Nancy C. Jordan, PhD

University of Delaware, EE.UU.

Junio 2010

Introducción

Las dificultades en matemáticas son amplias; hasta un 10% de los y las estudiantes han tenido un diagnóstico con alguna discapacidad en el aprendizaje de la matemáticas, en algún momento de su trayectoria escolar.^{1,2} Muchos más de los y las aprendices tienen dificultades en matemáticas, sin un diagnóstico formal. Las dificultades en matemáticas son persistentes, y estudiantes que tienen dificultades podrían nunca lograr ponerse al mismo nivel que sus pares.

Materia

Los fundamentos en el rendimiento de las matemáticas, se establecieron antes que los niños y las niñas entren a la escuela.^{3,4} Para lo cual, se identifican predictores claves en los resultados de las matemáticas con el fin de dar soporte en la detección, intervención y seguimiento de los avances antes que se atrasen gravemente en la escuela.

Definición del problema

Las consecuencias de un mal rendimiento en matemáticas trae graves consecuencias para la vida diaria, el nivel de instrucción y el avance en la escuela.⁵ Las competencias matemáticas son necesarias para la incorporación de la ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas, disciplinas que son ocupadas en la escuela y luego en estas ocupaciones.⁶ Existen amplias diferencias relacionadas con el estatus socioeconómico,⁷ así como las diferencias individuales que influyen en las habilidades para el aprendizaje⁸ y que están presentes desde la primera infancia y aumentan en el transcurso de la escolarización.

Contexto de la investigación

Estudios longitudinales sobre las características de los niños y las niñas con dificultades en matemáticas, tienen identificado importantes puntos para su intervención. La mayoría de los

niños y las niñas que entran a la escuela teniendo el sentido numérico, se les facilita el aprendizaje de las matemáticas (por ejemplo, representaciones exactas de pequeñas y grandes cantidades) que se desarrollan en la infancia.^{9,10,11} Aunque las primeras bases supone el aprendizaje sub oculto de las destrezas convencionales de las matemáticas, éstas no son suficientes. También, la mayoría de los niños con dificultades en las matemáticas traen consigo deficiencias en el sentido de relacionar números simbólicos secundarios con números enteros, relaciones de números con las operaciones numéricas¹² – que son las áreas flexibles e influenciadas por la experiencia.¹³

Preguntas clave para la investigación

En el ámbito de la alfabetización, las medidas de detección temprana son eficaces para dirigir intervenciones y medidas efectivas en la primera infancia y después.¹⁴ Las medidas intermedias que se vinculan estrechamente con la lectura (por ejemplo, el aprendizaje del sonido de las letras) son más predictivas en los logros de la lectura y son más generales que las competencias. Del mismo modo, en el área de las matemáticas las habilidades tempranas requieren principios de competencias que estén aliados con las matemáticas y que son requeridas por los niños y las niñas para el quehacer en la escuela y son más predictivas para su rendimiento y dificultades,¹⁵ por lo que se refuerza la idea de identificarlas lo antes posible.

Resultados de recientes investigaciones

Las detección de las competencias numéricas tempranas en los niños y las niñas son importantes para su trayectoria de aprendizaje en las matemáticas.^{16,17} Las dificultades matemáticas y las discapacidades tienen su raíz en las debilidades del sentido numérico.^{18,19} En este sentido, la discalculia es una discapacidad que se caracteriza por un déficit en reconocer y comparar los números, contar números y enumerar conjuntos de objetos.¹⁸

Predictores longitudinales

En el corto plazo, los estudios longitudinales (desde el inicio hasta el final del jardín), revelan que los indicadores de las matemáticas para contar, la distinción entre cantidades y el nombre de los números, se moderan para fortalecer los predictores para el logro de las matemáticas.^{20,21,22} Por otra parte, estos indicadores en etapa preescolar predicen similares medidas en el jardín²³ donde los niños y las niñas que están bajo a estos indicadores en matemáticas, pueden retrasar su ingreso al jardín respecto al resto de sus pares.¹²

Los estudios longitudinales cubren distintas etapas, que van desde que los niños y las niñas comienzan el jardín hasta que lo terminan el Grado 3, donde se sugiere que el sentido de los números apoye el aprendizaje de las matemáticas y que se asocien con la computación, para que se aplique en la resolución de problemas matemáticos.^{15,17,24,25} En el jardín las matemáticas se relacionan con el conteo, las comparaciones numéricas, el cálculo no verbal y la aritmética que predicen el nivel de matemáticas y la tasa de logro en los grados 1 a 3. El rendimiento de las matemáticas bajo es de alto riesgo desde la temprana edad, debido a que se pueden predecir las habilidades numéricas. La competencia numérica también predice posteriores resultados de matemáticas por encima de las variables de CI.²⁶ En el jardín las competencias más predictivas son a través de cálculos simples de aritmética, como la suma y la resta que más tarde predicen el rendimiento de las matemáticas, porque estas competencias son alcanzables en la mayoría de los niños y las niñas⁴ y una vez, que se detectan es posible proporcionar una orientación para una intervención a tiempo.

Vías subyacentes

Desde el jardín, hay tres vías cognitivas subyacentes que contribuyen al rendimiento, que son independientes de las habilidades matemáticas y son: la cuantitativa, la lingüística y la espacial.²⁷ Las habilidades lingüísticas son predictores para nombrar los números, mientras que las habilidades cuantitativas no tienen cálculo verbal y las espaciales son distintas a las anteriores. Además estas vías se relacionan de forma diferente a los resultados que se pueden obtener 2 años más tardes (por ejemplo, la lingüística puede predecir conceptos de geometría y medición). Una vía puede explicar por qué los niños y las niñas aprenden bien en un área de las matemáticas, pero no en otra.²⁸

Déficit en la investigación

Las herramientas para la identificación base de las competencias matemáticas en las etapas preescolares y jardín, necesitan ser perfeccionadas y desarrolladas para su uso en las escuelas y otros establecimientos educativos. Las intervenciones sobre niños y niñas con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas deben ser diseñadas y evaluarse para controlarse de forma aleatoria. Específicamente, por parte de quienes se dediquen a la investigación en las habilidades matemáticas, deben estudiar los avances en áreas muy precisas, en el tiempo, y la generalización del aprendizaje matemático. De igual forma, es importante diferenciar métodos efectivos para aumentar las habilidades numéricas.

Conclusiones

Las dificultades en las matemáticas son profundas y pueden tener consecuencias de por vida. Principalmente, estas habilidades se desarrollan antes del primer grado y son altamente predictivas en los logros y dificultades en este aprendizaje. Así, las predicciones tempranas apoyan de forma significativa y sustentable el rendimiento de las aplicaciones matemáticas y computación al final del tercer grado. Las habilidades matemáticas simbólicas asociadas a las relaciones de los números enteros y las operaciones son particularmente importantes. El número de competencias depende de las habilidades en el lenguaje (por ejemplo, el saber el nombre de los números), así como el conocimiento cuantitativo y espacial (combinar y separar conjuntos). Aunque hay pocos resultados para niños y niñas de bajos ingresos, que para quienes tienen ingresos medios a largo plazo, el rendimiento en matemáticas puede ser moderado al identificar estas habilidades tempranamente,²⁹ para que no resulte ser una desventaja su condición, y se sugiere que se enfatice en toda la trayectoria durante la primaria.

Implicaciones para padres/madres, instituciones y políticas

Hoy en día en las escuelas, las dificultades y discapacidades en el aprendizaje de las matemáticas a menudo no se detecta antes del cuarto grado. Las intervenciones tempranas en las matemáticas son menores que en las de la lectura. Los profesores y las profesoras en el jardín debieran examinar tempranamente a sus estudiantes, para conocer los problemas que tienen con las matemáticas, como también los que presenten de alfabetización. En los jardines infantiles deberían facilitarse experiencias e instrucción de las matemáticas, las relaciones de números y sus operaciones,⁴ Este núcleo de serie debería hacer hincapié en la las listas de palabras y de números, relacionadas principalmente a los números cardinales y a la correspondencia de uno y uno, la comparación de tamaños de conjuntos, la unión y separación de conjuntos. Las listas de números y simples juegos pueden ayudar a los niños y a las niñas, para que desarrollen el sentido de las cantidades.³⁰ El currículo que se trabaja desde los primeros años de edad debería concentrar sus materiales en estos núcleos de series bases. Los niños y las niñas con bajos ingresos en su comunidad que se atienden en las escuelas, están en riesgo de tener dificultades para el aprendizaje de las matemáticas, puesto que cuando ingresan al kínder, acusan ya un retardo con respecto a sus iguales de familias de ingreso medio. Por tanto, las intervenciones tempranas pueden apoyarles a construir los cimientos que necesitan para alcanzar las habilidades en las matemáticas.

Referencias

1. Barbaresi MJ, Katusic SK, Colligan RC, Weaver AL, Jacobsen SJ. Math learning disorder: Incidence in a population-based birth cohort, 1976-1982, Rochester, Minn. *Ambulatory Pediatrics* 2005;5(5):281-289.
2. Shalev RS, Manor O, Gross-Tsur V. Developmental dyscalculia: A prospective six-year follow-up. *Developmental Medicine and Child Neurology* 2005;47:121-125.
3. Clements DH, Sarama J. Early childhood mathematics learning. In: Lester JFK, ed. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York, NY: Information Age Publishing; 2007:461-555.
4. Cross CT, Woods TA, Schweingruber H, National Research Council, Committee on Early Childhood Mathematics, eds. *Mathematics learning in early childhood: Paths toward excellence and equity*. Washington, DC: National Academies Press; 2009.
5. Sadler PM, Tai RH. The two high-school pillars supporting college science. *Science* 2007;317:457-458.
6. National Mathematics Advisory Panel (NMAP). *Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel*. Washington, DC: U.S. Department of Education; 2008
7. Lubienski ST. A clash of social class cultures? Students' experiences in a discussion-intensive seventh-grade mathematics classroom. *The Elementary School Journal* 2000;100(4):377-403.
8. Geary DC, Hoard MK, Byrd-Craven J, Nugent L, Numtee C. Cognitive mechanisms underlying achievement deficits in children with mathematical learning disability. *Child Development* 2007;78(4):1343-1359.
9. Berch DB. Making sense of number sense: Implications for children with mathematical disabilities. *Journal of Learning Disabilities* 2005;38(4):333-339.
10. Dehaene S. *The number sense: How the mind creates mathematics*. New York, NY: Oxford University Press; 1997.
11. Feigenson L, Dehaene S, Spelke E. Core systems of number. *TRENDS in Cognitive Sciences* 2004;8(7):307-314.
12. Jordan NC, Levine SC. Socioeconomic variation, number competence, and mathematics learning difficulties in young children. *Developmental Disabilities Research Reviews* 2009;15:60-68.
13. Case R, Griffin S. Child cognitive development: The role of central conceptual structures in the development of scientific and social thought. In: Hauert EA, ed. *Developmental psychology: Cognitive, perceptuo-motor, and neurological perspectives*. North-Holland: Elsevier; 1990: 1993-230.
14. Schatschneider C, Carlson CD, Francis DJ, Foorman BR, Fletcher JM. Relationship of rapid automatized naming and phonological awareness in early reading development: Implications for the double-digit hypothesis. *Journal of Learning Disabilities* 2002;35(3):245-256.
15. Jordan NC, Glutting J, Ramineni C. The importance of number sense to mathematics achievement in first and third grades. *Learning and Individual Differences* 2010;20:82-88.
16. Duncan GJ, Dowsett CJ, Classens A, Magnuson K, Huston AC, Klebanov P, Pagani LS, Feinstein L, Engel M, Brooks-Gunn J, Sexton H, Duckworth K, Japel C. School readiness and later achievement. *Developmental Psychology* 2007;43(6):1428-1446.
17. Jordan NC, Kaplan D, Ramineni C, Locuniak MN. Early Math Matters: Kindergarten Number Competence and Later Mathematics Outcomes. *Developmental Psychology* 2009;3(45):850-867.
18. Landerl K, Bevan A, Butterworth B. Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: A study of 8- 9-year-old students. *Cognition* 2004;93:99-125.
19. Mazzocco MM, Thompson RE. Kindergarten predictors of math learning disability. *Learning Disabilities Research and Practice* 2005;20(3):142-155.

20. Clarke B, Shinn MR. A preliminary investigation into the identification and development of early mathematics curriculum-based measurement. *School Psychology Review* 2004;33(2):234-248.
21. Lembke E, Foegen A. Identifying early numeracy indicators in for kindergarten and first-grade students. *Learning Disabilities Research and Practice* 2009;24:2-20.
22. Methe SA, Hintze JM, Floyd RG. Validation and decision accuracy of early numeracy skill indicators. *School Psychology Review* 2008;37:359-373.
23. VanDerHeyden AM, Broussard C, Cooley A. Further development of measures of early math performance for preschoolers. *Journal of School Psychology* 2006;44:533-553.
24. Jordan NC, Kaplan D, Locuniak MN, Ramineni C. Predicting first-grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice* 2007;22(1):36-46.
25. Jordan NC, Kaplan D, Olah L, Locuniak MN. Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development* 2006;77:153-175.
26. Locuniak MN, Jordan NC. Using kindergarten number sense to predict calculation fluency in second grade. *Journal of Learning Disabilities* 2008;41(5):451-459.
27. LeFevre J, Fast L, Skwarchuk SL, Smith-Chant BL, Bisanz J, Kamawar D, Penner-Wilger M. Pathways to mathematics: Longitudinal predictors of performance. *Child Development*. In press.
28. Mazzocco MM. Defining and differentiating mathematical learning difficulties and disabilities. In: Berch DB, Mazzocco MMM, eds. *Why is math so hard for some children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities*. Baltimore, MD: Paul H. Brookes; 2007: 29-48
29. Clements DH, Sarama J. Experimental evaluation of the effects of a research-based preschool mathematics curriculum. *American Education Research Journal* 2008; 45(2), 443-494.
30. Ramani GB, Siegler RS. Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child Development* 2008;79:375-394.

Las primeras matemáticas: la transición de la primera infancia a la infancia

Kelly S. Mix, PhD

Michigan State University, EE.UU.

Junio 2010

Introducción

Los conceptos numéricos surgen antes del ingreso formal en la escuela. Los niños y las niñas preescolares exhiben habilidades verbales, tales como, contar, conceptos de equivalencia, orden y la transformación cuantitativa. Sin embargo, si bien quienes investigan están de acuerdo de la existencias de estas habilidades en la temprana infancia, aún perdura el debate sobre los mecanismos que hacen que estas habilidades emerjan. En otras palabras ¿Cuáles son los orígenes del desarrollo de las habilidades matemáticas tempranas?

Materia

Las investigaciones sobre las matemáticas se han centrado tradicionalmente en el conteo verbal. Sin embargo, a partir que la noción de que las matemáticas pudieran surgir desde la primera infancia, se cambió el enfoque hacia las habilidades no verbales. Este cambio permitió que se ampliara la gama de comportamientos, incluidos las matemáticas tempranas y tuvo directas implicancias para la educación de la primera infancia y su evaluación. De igual forma, este cambio permitió plantear preguntas sobre los orígenes del desarrollo de las habilidades y deficiencias en el rendimiento de las matemáticas, tales como las que se asociaron a las diferencias de los grupos socioeconómicos.

Definición del problema

En la actualidad, el problema se centra en la importancia que se le da a las representaciones verbales versus las no verbales.

Por una parte, se sostiene que la estructura conceptual fundamental ligada con las cantidades es innata y toma la forma de una representación no verbal que es similar a las cuentas verbales^{1,2,3}. Desde este punto de vista, el mayor logro se vincula al desarrollo de mapas conceptuales de

palabras de números en sus referentes no verbales.

También hay quienes señalan que los procesos innatos contribuyen al desarrollo de las matemáticas, pero no constituyen un sistema conceptual completo en lo que se refiere a las cantidades.^{4,5} Aunque ambas posturas incorporan cuentas pre-verbales y representaciones de formato secundarias, que se basan en el seguimiento de objetos. Además, caracterizan el conteo verbal como catalizador conceptual, que permite la integración de dos x representaciones no verbales,⁵ lo que trasciende sus limitaciones inherentes y se logra un verdadero concepto del número, en relación con las cantidades.⁴

Otra postura, es de quienes consideran las representaciones basadas en los objetos, pero estas se desarrollan durante la primera infancia.⁶ En este punto de vista, las representaciones de los objetos no son precisas, incluso para conjuntos pequeños, por lo que se piensa que el niño pequeño estima la cantidad, cada vez con mayor precisión en razón de: (1) el aumento de la capacidad de su memoria de trabajo a medida que avanza en edad, y (2) las interacciones entre el conocimiento parcial de las palabras que designan los números y el reconocimiento de pequeñas cantidades en específicos contextos.^{6,7,8}

Y por último, se consideran algunos argumentos sobre los conceptos de los números que se extraen del propio sistema de conteo y sin el apoyo de las representaciones no verbales. Los estudios han demostrado que los niños y las niñas no comprenden los principios de las cuentas hasta que han dominado los procesos,^{9,10} lo también ha sido un argumento para no se les etiquete en pequeños conjuntos del sistema convencional, porque no pueden elegir la secuencia de los números naturales de otras secuencias.¹¹

Contexto de la investigación

Dado que la investigación se ha centrado en la aparición del concepto base de la matemática verbal con la no verbal, hay experiencias que incluyen una mezcla de estos dos métodos. En el ámbito verbal, se miden diversos subcomponentes de las cuentas en las investigaciones (por ejemplo, se pide a los niños y a las niñas que reciten listas de cuentas, conjuntos de objetos o de números cardinales). En el ámbito no verbal, las investigaciones se basan en tareas que no requieren conteo verbal de los objetos, con niños y niñas de edades muy tempranas y de infantes observando procedimientos en el tiempo (por ejemplo, la habituación) y de servirse de ejercicios o tareas en donde el niño debe extender su mano para alcanzarlos.

Preguntas clave para la investigación

Un objetivo específico ha sido describir la sensibilidad numérica de bebés y niños(as) muy pequeños(as), a través de investigaciones donde se quiere saber su capacidad de entender los números antes que adquieran las habilidades convencionales. El perfil específico de las fortalezas y debilidades no verbales, se utiliza a veces para argumentar el desarrollo de una cuenta particular. Otro objetivo importante es describir la aparición del detalle de la matemática verbal. Así, en la presente investigación las interacciones potenciales entre las matemáticas verbal y no verbal son consideradas cuidadosamente.

Resultados de recientes investigaciones

Sensibilidad numérica en infantes

La investigación inicial indicó que desde bebé se podía discriminar entre pequeños grupos de objetos. Por ejemplo, cuando se les muestra una serie de conjuntos de objetos, para equiparse en números (2) que a la vez varían en color, forma y posición, sus tiempos buscando disminuyeron gradualmente. Con posterioridad, al mostrarle un nuevo conjunto de objetos (3), los tiempos para buscar aumentaron, por tanto, se evidencia que detectan el cambio de número.^{12,13} La misma situación se evidenció al realizar cálculos sencillos sobre los objetos similares,^{14,15} y la detección numérica a través de otras modalidades.^{16,17}

Medidas no verbales en la primera infancia

Los niños y las niñas realizan tareas numéricas basadas en objetos, mucho antes que lo demuestren en similares tareas verbales. Por ejemplo, preescolares pueden resolver problemas de suma y restas simples basándose en objetos (por ejemplo, $2 + 2$), años antes que puedan solucionar problemas análogos^{6,8,18} Del mismo modo, los niños y las niñas son capaces de juzgar comunes equivalencias antes que las tareas de escoger, mucho antes de poder comparar estos conjuntos verbalmente por medio del conteo^{6,19,20,21,22,23,24} La competencia de medidas no verbales surge entre los 2½ y 3 años de edad.

El desarrollo del conteo verbal

El conteo verbal se compone principalmente de tres sub-habilidades. En primer lugar los niños y las niñas deben aprender la secuencia del conteo de las palabras. Las primeras 10 palabras de conteo se memorizan por lo general a los 3 años de edad.^{25,26} y alrededor de los 6 años aprenden a

generar números usando estructuras de a diez (adolescentes, veinteañeros(as), etc.). En segundo lugar, tienen que aprender a coordinar las palabras y los objetos, de manera que cada uno se marque una sola vez. Los niños y las niñas se pueden equivocar muchas veces a medida que van descubriendo y desarrollando procesos, en una frecuencia que va de los 36 a 42 meses de edad.²⁵ En tercer lugar, los niños y las niñas aprenden que la última palabra en una cuenta, representa un valor cardinal (por ejemplo, cuando se cuenta “1, 2, 3” tú tienes tres cosas). Curiosamente, los niños y las niñas adquieren este conocimiento antes de dominar los procesos de recuento verbales, lo que sugiere que puedan acceder a palabras de principios cardinales por la vía de experiencias de pequeños conjuntos.^{4,25,26,27,28,29} De hecho, estos pequeños conjuntos (es decir, del 1 al 3) pueden proporcionar el único contexto para descubrir la palabra del principio cardinal, porque pueden ser contados y etiquetados, pero sin contarse.^{4,26,27,28,29,30,31,32,33}

Lagunas en la investigación

Un problema persistente ha sido conciliar a los y las infantes, aparentemente con la precocidad de la diferencia en los números, en tareas similares para los niños y las niñas en la etapa preescolar. Por ejemplo, si son capaces de poder representar y comparar conjuntos grandes de objetos como se tiene afirmado,¹⁵ ¿por qué no han podido hacer que coincida conjuntos grandes de objetos hasta que aprenden a contar?^{34,35} Estas discrepancias han alimentado un intenso debate sobre el significado del trabajo infantil y articular estas literaturas es un desafío importante. Por ejemplo, quienes se dedican a la investigación han comenzado a cuestionarse si la sensibilidad infantil sobre la cantidad está conectada con las matemáticas en la etapa preescolar y desde el mismo, si las matemáticas se conectan con el rendimiento posterior en esta materia.³⁶

Otra interrogante sin explorar se refiere a ¿cómo los niños y las niñas coordinan las cantidades discretas y continuas? La percepción continua se encuentra bien establecida y según algunos argumentos, ésta tiene influencia con posterioridad en el rendimiento en las tareas de matemáticas.^{37,38} Independientemente de que los y las infantes puedan procesar las cantidades continuas, los números discretos o ambos, se hace indispensable investigar sobre las necesidades que determinan las causas que les llevan a cambiar de un tipo de cuantificación a otra, así como el cambio de desarrollo que se producen cuando los niños y las niñas aprenden cómo la cantidad continua y la discreta se relacionan (por ejemplo, que el tamaño no afecta cuando se cuenta, a menos que se esté contando unidades de medidas).

Por último, queda mucho por aprender acerca de la interacción entre la cuantificación no verbal y verbal. De hecho, hay quienes sostienen que los niños y las niñas que aún no pueden hablar, son capaces de hacer o entender de forma innata, porque esto emerge sin estímulos verbales.⁴ Sin embargo, se argumenta que esto se produce porque se les ha expuesto al lenguaje numérico, por tanto no está claro que las competencias sean innatas.³⁹ Un tema relacionado es cómo los niños y las niñas adquieren los significados de las palabras de los números y la medida en que estos sostienen una base no verbal. Lo cual, se está investigando en la actualidad para la adquisición de medidas plurales de estas interacciones.⁴⁰

Conclusiones

La evidencia de las habilidades matemáticas en los niños y las niñas ha planteado cuestiones relevantes acerca de los orígenes de las matemáticas y recursos conceptuales, desde que adquieren el recuento verbal. No obstante, se necesita más investigación para relevar lo que conlleva esta competencia infantil, y precisamente, cómo se conecta subsecuentemente con el desarrollo verbal y no verbal.

Referencias

1. Dehaene S. *The number sense: How the mind creates mathematics*. Oxford, England: Oxford University Press; 1997.
2. Gallistel CR, Gelman R. Preverbal and verbal counting and computation *Cognition* 1992;44: 43-74.
3. Wynn K. Origins of numerical knowledge. *Mathematical cognition* 1995;1:35-60.
4. Carey S. Whorf versus continuity theorists: Bringing data to bear on the debate. In: Bowerman M, Levinson SC, eds. *Language acquisition and conceptual development*. New York, NY: Cambridge University Press: 2001;185-214.
5. Spelke E. What makes us smart? Core knowledge and natural language. In: Gentner D, Goldin-Meadow S, eds. *Language in mind*. Cambridge, MA: MIT Press; 2003.
6. Huttenlocher J, Jordan N, Levine SC. A mental model for early arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: General* 1994;123:284-296.
7. Mix KS, Sandhofer CM., Baroody A. Number words and number concepts: The interplay of verbal and nonverbal processes in early quantitative development. In: Kail RV, ed. *Advances in Child Development and Behavior*. New York, NY: Academic Press; 2005: 305-345.
8. Rasmussen C, Bisanz J. Representation and working memory in early arithmetic. *Journal of Experimental Child Psychology* 2005; 91:137-157.
9. Briars DJ, Siegler RS. A featural analysis of preschoolers' counting knowledge. *Developmental Psychology* 1984;20:607-618.
10. Frye D, Braisby N, Lowe J, Maroudas C, Nicholls J. Young children's understanding of counting and cardinality. *Child Development* 1989;60:1158-1171.
11. Rips LJ, Asmuth J, Bloomfield A. Giving the boot to the bootstrap: How not to learn natural numbers. *Cognition* 2006;101:B51-B60.
12. Antell S, Keating DP. Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development* 1983;54:695-701.

13. Strauss MS, Curtis LE. Infant perception of numerosity. *Child Development* 1981;52:1146-1152.
14. Lipton JS, Spelke ES. Origins of number sense: Large number discrimination in human infants. *Psychological Science* 2003;14: 396-401.
15. Xu F, Spelke ES. Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition* 2000;74: B1-B11.
16. Starkey P, Spelke ES, Gelman R. Numerical abstraction by human infants. *Cognition* 1990;36:97-127.
17. Jordan KE, Suanda SH, Brannon EM. Intersensory redundancy accelerates preverbal numerical competence. *Cognition* 2008;108: 210-221.
18. Levine SC, Jordan NC, Huttenlocher J. Development of calculation abilities in young children. *Journal of Experimental Child Psychology* 1992;53:72-103.
19. Cantlon J, Fink R, Safford K, Brannon EM. Heterogeneity impairs numerical matching but not numerical ordering in preschool children. *Developmental Science* 2007;10:431-440.
20. Mix KS. Preschoolers' recognition of numerical equivalence: Sequential sets. *Journal of Experimental Child Psychology* 1999;74:309-322.
21. Mix KS. Similarity and numerical equivalence: Appearances count. *Cognitive Development* 1999;14:269-297.
22. Mix KS. The construction of number concepts. *Cognitive Development* 2002;17:1345-1363.
23. Mix KS. Children's equivalence judgments: Crossmapping effects. *Cognitive Development* 2008;23:191-203.
24. Mix KS, Huttenlocher J, Levine SC. Do preschool children recognize auditory-visual numerical correspondences? *Child Development* 1996; 67:1592-1608.
25. Fuson KC. *Children's counting and conceptions of number*. New York, NY: Springer-Verlag; 1988.
26. Bermejo V. Cardinality development and counting. *Developmental Psychology* 1996;32:263-268.
27. Mix KS. How Spencer made number: First uses of the number words. *Journal of Experimental Child Psychology* 2009;102: 427-444.
28. Wynn, K. Children's understanding of counting. *Cognition* 1990;36:155-193.
29. Klahr D, Wallace JG. *Cognitive development: An information processing approach*. Hillsdale, NJ: Erlbaum; 1976.
30. Mix KS, Sandhofer CM, Moore JA. How input helps and hinders acquisition of the cardinal word principle. Paper presented at: The biennial meeting of the Society for Research in Child Development. April 2-4, 2009. Denver, CO.
31. Schaeffer B, Eggleston VH, Scott JL. Number development in young children. *Cognitive Psychology* 1974;6:357-379.
32. Spelke ES, Tsivkin S. Initial knowledge and conceptual change: Space and Number. In: Bowerman M, Levinson SC, eds. *Language acquisition and conceptual development.*, New York, NY: Cambridge University Press; 2001:70-97.
33. Wagner S, Walters JA. A longitudinal analysis of early number concepts: From numbers to number. In: Forman G, ed. *Action and thought*. New York: Academic Press; 1982:137-161.
34. LeCorre M, Carey S. One, two, three, four, nothing more: An investigation of the conceptual sources of the verbal counting principles. *Cognition* 2007;105: 395-438.
35. Siegel LS. The sequence of development of certain number concepts in preschool children. *Developmental Psychology* 1971;5:357-361.
36. Jordan NC, Kaplan D, Ramineni C, Locuniak MN. Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology* 2009;45: 850-867.
37. Clearfield MW, Mix KS. Number versus contour length in infants' discrimination of small visual sets. *Psychological Science* 1999;10:408-411.

38. Feigenson L, Carey S, Hauser M. The representations underlying infants' choice of more: Object files versus analog magnitudes. *Psychological Science* 2002;13:150-156.
39. Mix KS, Huttenlocher J, Levine SC. Multiple cues for quantification in infancy: Is number one of them? *Psychological Bulletin* 2002;128: 278-294.
40. Barner D, Libenson A, Cheung P, Takasaki M. Cross-linguistic relations between quantifiers and numerals in language acquisition: Evidence from Japanese. *Journal of Experimental Child Psychology* 2009;103: 421-440.

Enseñanza de las matemáticas a los preescolares

Jody L. Sherman-LeVos, PhD

University of California, Berkeley, EE.UU

Julio 2010

Introducción

La enseñanza de matemáticas a los niños y las niñas desde los primeros años, antes de la entrada formal a la escuela, no es una práctica nueva. De hecho la educación matemática en la primera infancia (EMPI) ha existido en varias formas durante cientos de años.¹ Lo que ha cambiado son las opiniones relacionadas sobre ¿por qué la EMPI es importante?, ¿qué se debiera lograr con la educación en matemáticas?, y ¿cómo se debiera entregar la instrucción matemática para las jóvenes audiencias?

Sujeto y contexto de la investigación

¿Es necesaria la EMPI?

Una de las preocupaciones entre las personas investigadoras y educadoras en educación infantil, es la tendencia reciente a la “baja la escolaridad”² como en el currículo y el enfoque correspondiente a las puntuaciones de evaluación, que eran formalmente reservadas a niños y niñas en edad escolar, pero que ahora se han movilizado a nivel de los jardines infantiles³ La motivación de este empuje parece ser parte en gran medida de una política con énfasis en el éxito temprano, para lo cual se ha hecho una mejora en las pruebas y se ha ido cerrando las brechas entre minorías específicas y grupos socio-económicos bajos.⁴

A pesar de la preocupación relacionada con la extensión a la baja de los planes currículo en edad escolar, en general hay factores de persuasión que fomentan la presencia de al menos algún tipo de instrucción de matemáticas en preescolares, o para algunos grupos de niños y niñas en edad escolar. Así Ginsburg ve en el aprendizaje de las matemáticas una actividad “natural” y apropiada al desarrollo de niños y niñas desde tempranas edades,¹ a través sus interacciones diarias con el mundo y donde pueden medir informalmente conceptos sobre el espacio, cantidad, tamaño, patrones y operación. Desafortunadamente, no todos los niños y niñas tienen las mismas oportunidades para construir este aprendizaje informal, que son fundamentales para el desarrollo

de las matemáticas en el día a día. Por consiguiente, la equidad resulta ser un importante aspecto de la educación en las matemáticas, como el EMPI para niños y niñas pertenecientes a grupos vulnerados en sus derechos,³ tales como niños/niñas con necesidades especiales. Lo mismo ocurre con el aprendizaje del inglés, como idioma adicional en niños y niñas de bajo nivel socio-económico inestables o de hogares negligentes.⁴

Resultados de recientes investigaciones

La equidad en la educación es uno de los principales argumentos para la presencia de la ECPI, lo que está íntimamente ligado a ayudar a jóvenes mentes a moverse de informal a formalmente en conceptos, principios y reglas matemáticas. Los niños y las niñas desenvuelven a menudo conceptos matemáticos en la construcción informal de experiencias, que pueden ser representadas como las trayectorias del aprendizaje⁵ que ponen de relieve cómo específicas las habilidades matemáticas que pueden apoyarse en experiencias anteriores e informar de los subsecuentes pasos. Por ejemplo, el aprendizaje de los nombres, el orden y las cantidades de los “números intuitivos” 1 -3 y reconocer estos valores como conjuntos de objetos, las palabras numéricas y como partes del total (por ejemplo, tres puede estar compuesto de 2 y 1 o $1 + 1 + 1$), puede ayudar a los niños y las niñas a desarrollar una comprensión sencilla de las operaciones.

⁶ Del mismo modo, “la matematización,” en la proporción apropiada de las experiencias enriquecedoras con el vocabulario matemático, pueden conectarles desde los primeros años y de forma natural a este aprendizaje, como sucede a través de las curiosidades y observaciones que más tarde serán conceptualizadas en la escuela.³ En este punto, hay investigaciones que sustentan y sugieren el razonamiento matemático desde las tempranas edades,^{1,6,7} y la ECME puede apoyar su formalización, por medio de conexiones entre conceptos relacionados, la proporción de vocabulario y un sistema de símbolos necesarios para la comunicación e interpretación de las matemáticas (para un ejemplo, ver el documento de Baroody⁶).

La EMPI puede ser importante por razones más allá de la equidad y de las matemáticas. En un análisis de seis estudios longitudinales, Duncan et al.⁸ encontró que la entrada de las habilidades matemáticas de los niños y las niñas en la escuela predicen el rendimiento académico, más que las habilidades de atención, socioemocional o lectura. Del mismo modo, las dificultades tempranas de los niños y las niñas fundadas en conceptos matemáticos pueden tener efectos duraderos en su progreso en la escuela. Esto es debido a que las habilidades matemáticas son importantes para la producción participativa en el mundo moderno (Platas L, datos no publicados, 2006),⁹ y que los dominios matemáticos, tales como el álgebra, pueden servir como un

controlador de acceso a las opciones educativas y profesionales superiores,¹⁰ tempranas, equitativas y apropiadas de las experiencias matemáticas son de importancias crítica para jóvenes niños y niñas.

¿Cuál es la “adecuada” EMPI?

Existen diferentes puntos de vista respecto cuál EMPI debiera ser y cómo tendría que aplicarse de forma continua en la vida de los niños y las niñas preescolares, y que represente las cantidades de intervención o la propuesta de instrucción. En un extremo la continuidad es muy directa, didáctica y quien educa se centra en la EMPI, mientras que en el otro, representa un espectro basado en el juego, centrado en el niño y la niña y carece aproximación al EMPI.⁴ La continuidad beneficia de forma individual y grupal a los niños y las niñas en los diferentes niveles de la instrucción y como señalan muchas investigaciones queda mucho por hacer para comprender mejores prácticas y aspectos matemáticos. Un aspecto de una investigación basada en el currículo de las matemáticas para infantes es la Construcción de Bloques, en un programa diseñado para apoyar y mejorar el desarrollo del pensamiento matemático (por ejemplo, trayectorias del aprendizaje) que es a través del uso de juegos en el computador, los objetos cotidianos (por ejemplo, manipular bloques) e imitar.¹¹ La construcción de bloques representa un intento de alinear el contenido y las actividades de instrucción con las trayectorias del aprendizaje en dominios bien investigados, tales como las cuentas. Sin embargo, las trayectorias del aprendizaje en dominios como la medición y los patrones aún no se encuentran bien comprendidos.⁵

Ginsburg et al.¹ describió seis componentes que se debieran presentar en todas las forma de la EMPI (por ejemplo, programas tales como la construcción de bloques) incluyendo el medio ambiente, juegos, momentos de enseñanza, proyectos planes de estudios, currículo y enseñanza intencional. Por ejemplo, un currículo de matemáticas particular independientemente del lugar, se enmarca en la línea continua lúdica- didáctica, donde el medio ambiente es un componente vital de la educación temprana. En concreto, proporcionando materiales a los niños y a las niñas en edad preescolar, que motiven el pensamiento matemático, como bloques, formas y rompecabezas, que puedan facilitar el desarrollo de habilidades básicas, tales como, imitar, hacer comparaciones y relacionarse con las matemáticas tempranas. Otro componente importante del aprendizaje, es el reconocimiento y la capitalización de los descubrimientos espontáneos de los niños y las niñas, relacionados con las matemáticas, a través de preguntas de preguntas que les hagan reflexionar y responder con un vocabulario y apoyo adecuado en la extensión de

actividades que se elaboren y aborden con ideas matemáticas.

Tal vez, el componente más popular de la EMPI en la literatura actual sea el juego. Así muchas de las personas que proponen el aprendizaje basado en el juego, argumentan que los niños y las niñas aprenden mucho cuando descubren las ideas matemáticas por su cuenta en situaciones cotidianas.^{12,13} Por su parte, hay quienes argumentan que el juego se ha estado sacando en el nivel preescolar, por la baja escolarización y resultados en las pruebas,¹⁴ y donde proporcionan datos para sugerir a los niños y a las niñas desde los primeros grados (incluso en el jardín), por lo que ahora dedican más tiempo en la preparación de pruebas, que en actividades basadas en juegos.⁴ Este enfoque puede ser impulsado en parte por padres y madres que ven la importancia de la educación temprana, para el éxito académico futuro. No obstante, la mayoría de quienes investigan en esta materia, señalan que hay mucho por estudiar sobre el impacto de los juguetes educativos, la tecnología, el juego (o su ausencia) y varios aspectos de la EMPI en el currículo de matemáticas desarrollado para preescolares.

Lagunas de la investigación y sus implicancias

¿Cuáles son las barreras para la educación temprana efectiva?

Las matemáticas para preescolares son complicadas por diversos factores, incluyendo presiones políticas (por ejemplo, las pautas de rendimiento, el financiamiento, variados estándar de currículo), diferencias individuales entre los niños y las niñas en edad escolar (por ejemplo, los niños y las niñas pueden obtener beneficios desde las diferentes oportunidades matemáticas), las diferencias ideológicas respecto a la educación (por ejemplo, el continuum lúdico- didáctico) y las lagunas en el desarrollo de la investigación (por ejemplo, la incertidumbre en las trayectorias del aprendizaje por algunos con algunos conceptos matemáticos). Para complicar aún más el EMPI hay barreras que afectan la implementación de la instrucción matemática (independientemente del currículo) como los propios miedos y malentendidos con las matemáticas por parte de quienes educan. Desafortunadamente, muchas personas que educan a preescolares carecen de una capacitación relacionada con las matemáticas para niños y niñas (Platas L, datos no publicados 2006). Los profesores y las profesoras necesitan saber que quieren saber sus estudiantes, cómo pueden aprender nuevos conceptos, estrategias más efectivas de enseñanza y los propios conceptos matemáticos (Platas L, datos no publicados, 2006).³ La mejora de oportunidades de formación para profesores y profesoras puede apoyar a optimizar la calidad (y cantidad) de la enseñanza de las matemáticas para niños y niñas en edades tempranas.

Conclusión

El debate alrededor de la EMPI no parece considerar la exposición precoz de las experiencias y las ideas importantes de las matemáticas, pero el consenso general señala que es importante y más bien, la cuestión es cómo, cuándo, por qué y para quién(es) se deben presentar los enfoques específicos de la EMPI. Las opiniones difieren de la cantidad de la estructura frente al juego libre y el currículo específico frente a modelos de enseñanza. Aunque la evidencia se acumula en relación al desarrollo de las ideas de niños y niñas preescolares (por ejemplo, las trayectorias del aprendizaje), los intentos para alinear el desarrollo cognitivo con las mejores prácticas de instrucción (o con los mejores entornos para apoyar naturalmente los descubrimientos matemáticos) pueden ayudar a allanar el camino para la equidad y experiencias apropiadas para todos los niños y las niñas en edad preescolar.

Referencias

1. Ginsburg HP, Lee JS, Boyd JS. Mathematics education for young children: What it is and how to promote it. *Social Policy Report* 2008;223-23.
2. Elkind D. Foreword. In: Miller E, Almon J, eds. *Crisis in the kindergarten: Why children need to play in school*. College Park, MD: Alliance for Childhood; 2009: 9.
3. Clements DH. Major themes and recommendations. In: Clements DH, Sarama J, DiBiase A, eds. *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Mahwah, NJ: Erlbaum; 2004: 7-72.
4. Miller E, Almon J, eds. *Crisis in the kindergarten: Why children need to play in school*. College Park, MD: Alliance for Childhood; 2009:1-72.
5. Clements DH, Sarama J. Learning trajectories in early mathematics – sequences of acquisition and teaching. *Encyclopedia of Language and Literacy Development*. London, ON: Canadian Language and Literacy Research Network; 2009: 1-7.
6. Baroody AJ. Fostering early numeracy in preschool and kindergarten. *Encyclopedia of Language and Literacy Development*. London, ON: Canadian Language and Literacy Research Network; 2009: 1-9.
7. Sophian C. Numerical knowledge in early childhood. In: Tremblay RE, Barr RG, Peters RDeV, Boivin M, eds. *Encyclopedia on Early Childhood Development* [online]. Montreal, Quebec: Centre of Excellence for Early Childhood Development; 2009:1-7.
8. Duncan GJ, Dowsett CJ, Claessens A, Magnuson K, Huston AC, Klebanov P, Pagani LS, Feinstein L, Engel M, Brooks-Gunn J, Sexton H, Duckworth K, Japel C. School readiness and later achievement. *Developmental Psychology* 2007;43:1428-1446.
9. Baroody AJ, Lai M, Mix KS. The development of young children's early number and operation sense and its implications for early childhood education. In: Spodek B, Olivia S, eds. *Handbook of research on the education of young children*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc; 2006:187-221.
10. Knuth EJ, Alibali MW, McNeil NM, Weinberg A, Stephens AC. Middle school students' understanding of core algebraic concepts: Equality and variable. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 2005;37:1-9.12.
11. Sarama J. Technology in early childhood mathematics: Building Blocks as an innovative technology-based curriculum. In: Clements DH, Sarama J, DiBiase A, eds. *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Mahwah, NJ: Erlbaum; 2004: 361-375.

12. Polonsky L, Freedman D, Leshner S, Morrison K. *Math for the very young: A handbook of activities for parents and teachers*. New York, NY: John Wiley & Sons; 1995.
13. Seo K, Ginsburg HP. What is developmentally appropriate in early childhood mathematics education? Lesson from new research. In: Clements DH, Saram J, DiBiase A, eds. *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Mahwah, NJ: Erlbaum; 2004: 91-104.
14. Hirsh-Pasek K, Golinkoff RM, Berk LE, Singer DG. *A mandate for playful learning in preschool: Presenting the Evidence*. Oxford, UK: University Press; 2009

Las trayectorias del aprendizaje en las primeras matemáticas - secuencias de adquisición y aprendizaje

Douglas H. Clements, PhD, Julie Sarama, PhD

Graduate School of Education, University at Buffalo, USA, The State University of New York at Buffalo, EE.UU.

Julio 2010

Introducción

Los niños y las niñas desarrollan progresos naturales aprendiendo y desarrollándose, como en un simple ejemplo, primero aprenden a gatear, luego a caminar, correr, saltar y cada vez con mayor destreza y habilidad. Lo mismo ocurre con las matemáticas, ya que aprenden las ideas y las habilidades de acuerdo a su propia experiencia. Al momento de que las personas que educan comprenden este desarrollo progresivo, las secuencias de sus actividades se basaran en esto y pueden construir ambientes de aprendizajes enriquecidos matemáticamente, para un apropiado y efectivo desarrollo, lo que en definitiva resultan ser un componente fundamental dentro de la trayectoria del aprendizaje.

Preguntas directrices

Trayectorias de aprendizaje que pueden ayudar a responder las siguientes preguntas

1. ¿Cuáles objetivos se deben establecer?
2. ¿Por dónde comenzar?
3. ¿Cómo sabemos dónde ir después?
4. ¿Cómo podemos llegar ahí?

Resultados de recientes investigaciones

En recientes investigaciones se ha llegado a un acuerdo básico sobre la naturaleza de las trayectorias del aprendizaje.¹ Las que se componen de tres partes: a) un objetivo matemático; b) un camino de desarrollo, a través del cual los niños y las niñas se desarrollan para lograr el

objetivo; y c) un conjunto de actividades o tareas para apoyar en cada nivel pensamiento y su desarrollo. Los que vamos a examinar en cada una de sus partes a continuación.

Objetivos: Las grandes ideas de las matemáticas

La primera parte de una trayectoria de aprendizaje es un objetivo matemático, nuestros objetivos son las grandes ideas de las matemáticas. Los clústeres de conceptos que son matemáticamente centrales y coherentes, están en consonancia con el pensamiento de los niños y las niñas y la generación de aprendizajes futuros. Estas grandes ideas vienen de diferentes proyectos, incluyendo los del Consejo Nacional de Profesores(as) de Matemáticas y el Panel Nacional de Matemáticas.^{2,3,4} Por ejemplo, una gran idea se puede utilizar para averiguar cuántos elementos hay en un conjunto. Otra podría ser, sobre las formas geométricas que se pueden describir, analizar, transformar, componer y descomponer en otras formas. Lo importante, es entender que hay varias de estas grandes ideas y trayectorias, y dependiendo de su clasificación hay alrededor de 12.

Los progresos en el desarrollo: Los caminos del aprendizaje

La segunda parte de una trayectoria en el aprendizaje consiste en los niveles del pensamiento, cada uno más sofisticado que el anterior y conduce al logro del objetivo matemático. Es decir, la progresión del desarrollo describe una trayectoria típica de los niños y las niñas sobre la comprensión y la habilidad de este tema matemático. El desarrollo matemático comienza cuando se inicia la vida. Los niños y las niñas de tempranas edades tienen ciertas competencias matemáticas en los números, sentido espacial y patrones desde que nacen.^{5,6}

Sin embargo, las ideas de los niños y las niñas y sus interpretaciones de situaciones son diferentes que las de las personas adultas. Por esta razón, quienes enseñan deben considerar esta situación y no asumir que los niños y las niñas ven situaciones, problemas o soluciones como personas adultas. De igual forma, quienes educan deben interpretar qué están haciendo y pensando los niños y las niñas desde su perspectiva. Igualmente, cuando se interactúa es importante considerar las tareas, de acuerdo a las propias acciones de los niños y las niñas. Lo que hace en definitiva que la educación en la primera infancia sea exigente y gratificante.

Las trayectorias del aprendizaje que se han creado como parte de los Bloques de Construcción^a y TRIAD^b que son proyectos que proporcionan etiquetas simples, para cada nivel del pensamiento

durante toda la trayectoria del aprendizaje. La figura 1 ilustra una parte de la trayectoria del aprendizaje para contar. La columna de Desarrollo Progresivo ofrece una etiqueta y una descripción para cada nivel, junto a un ejemplo del pensamiento y comportamiento de los niños y las niñas. Es importante, considerar que las edades de la primera columna son aproximadas y sin experiencia; se podría decir que algunos niños y niñas están bajo la media. Una educación de alta calidad puede conllevar a superar el promedio, como en la ilustración los niños y las niñas de 4 años que siguen el plan de estudios de Bloques de Construcción, que pueden superar el nivel de los 5 años, en la mayoría de las trayectorias del aprendizaje. (Para las trayectorias completas del aprendizaje, ver Clements & Sarama;⁷ Sarama & Clements.⁶ Estas obras, también revisan el extenso trabajo de investigación sobre la que se basan todas las trayectorias del aprendizaje).

Las tareas de la instrucción: Los pasos del aprendizaje

La tercera parte de la trayectoria del aprendizaje, consiste en un conjunto de tareas de instrucción, que se adaptan a cada uno de los niveles del pensamiento en desarrollo progresivo. Estas tareas son diseñadas para apoyar a los niños y a las niñas a aprender ideas y herramientas necesarias para lograr el nivel del pensamiento. Es así, como profesores(as) deben promover estas tareas en los niños y las niñas, para el paso de un nivel a otro. La tercera columna de la figura 1 proporciona ejemplos de tareas (Nuevamente, la trayectoria completa de aprendizaje en Clements & Sarama,^{6,7} incluidos no todos los niveles de desarrollo, pero si diferentes instrucciones para las tareas de acuerdo a cada nivel).

Tabla 1. Ejemplos de trayectorias del aprendizaje para el conteo (todos los ejemplos de Clements & Sarama,⁸ Clements & Sarama,⁷ Sarama & Clements⁶).

Edad	Desarrollo progresivo	Tareas del aprendizaje
1 año	<p>Pre-Contar <i>Verbal</i> No verbal cuentas.</p> <p>Cantar <i>Verbal</i> Canciones “cantar-canción” o algunas veces-palabras de números indistinguibles.</p>	<p>Asociar las palabras de los números con las cantidades y los componentes de las secuencias de las cuentas.</p> <p>Experiencias repetidas con la secuencia de las cuentas en variados contextos.</p>

Edad	Desarrollo progresivo	Tareas del aprendizaje
2 años	Recitar Verbal verbalmente que cuenta con palabras sueltas, no necesariamente en el orden correcto.	<p>Proporcionan repetidamente la experiencia frecuente, con la secuencia de conteo en diversos contextos.</p> <p>Cuentan y hacen carreras verbales los niños y las niñas, a través del computador (hasta 50) para adicionar autos en una pista de carreras de uno a uno.</p>
3 años	Recitar (10) Verbal Verbalmente cuentas hasta 10, con alguna correspondencia en los objetos.	<p><i>Cuentan y mueven</i> teniendo todos los niños y las niñas que contar del 1 al 10 o un número apropiado, haciendo movimientos con cada cuenta. Por ejemplo, diga, “uno” [se toca la cabeza], “dos” [se toca los hombros], “tres” [se toca la cabeza], y así sucesivamente.</p>
	Corresponder Corresponder Mantiene correspondencia entre las palabras contadas y los objetos (una palabra por cada objeto), al menos para pequeños grupos de objetos colocados en una línea.	<p><i>Cocina en el computador</i>, hacen clic en los objetos al mismo tiempo que en los números, desde el 1 al 10 y se cuentan en voz alta. Por ejemplo, hacen clic sobre trozos de comida y se saca uno cada vez que se cuenta.</p>

Edad	Desarrollo progresivo	Tareas del aprendizaje
4 años	<p>Contar (números pequeños) Se cuenta con precisión los objetos en línea al 5 y se responde “cuántos” con el último número contado.</p>	<p><i>Cubos en la caja</i>, cuentan pequeños conjuntos de cubos, para ponerlos en las cajas y cerrar la tapa. Luego se les pregunta cuántos cubos están adentro, y si el niño o la niña, si puede, escribirá el número. Luego se vacía la caja y se cuenta en conjunto para comprobar.</p> <p><i>Pizza Pizzazz 2</i>, los niños cuentan objetos hasta 5, colocando el número solicitado de ingredientes o de elementos en la pizza.</p>
	<p>Producir — Counter To (Small Numbers) Contar a (pequeños números) Se cuentan más de 5 objetos y se reconoce que la cuenta es relevante, cuando se tiene que incluir un número determinado.</p>	<p><i>Cuentan movimientos</i>, a la espera durante las transiciones, los niños y las niñas cuentan cuántas veces se salta o aplaude, u otro tipo de movimiento. De lo que, tienen que hacer esos movimientos el mismo número de veces. En un inicio se cuentan las acciones en conjunto con los niños y las niñas.</p> <p><i>Pizza Pizzazz 3</i>, agregan ingredientes para pretender hacer una pizza (hasta 5) y la idea es hacerlos coincidir con los números de destino.</p>

Edad	Desarrollo progresivo	Tareas del aprendizaje
5 años	<p>Contar y producir (10+) Cuentas y recuentos de objetos con precisión hasta 10 y a partir de ahí, podrán ir más allá (alrededor 30). Se tienen interiorizados los números cardinales, como decir cuántos números.</p> <p>Realizar un seguimiento de los objetos que tienen y los que no han sido contados, incluso en diferente orden.</p>	<p><i>Contando Torres (más de 10)</i> Para permitir contar a los niños y a las niñas hasta 20 y más allá, tienen que hacer torres con objetos tales como monedas. Lo hacen hasta lo más alto posible colocando más monedas y no es necesario que estén derechas. El objetivo es estimar y luego contar para averiguar cuántas monedas hay en su torre más alta.</p> <p><i>Dino Shop 2</i> Añaden dinosaurios en una caja para que coincidan con los números de destino.</p>

En resumen, aprender las trayectorias describe los objetivos de aprendizaje, los procesos del pensamiento y el aprendizaje de los niños y las niñas tienen varios niveles, y estos dependen de las actividades que se puedan desarrollar. Cabe señalar, que a menudo las personas presentan diversas interrogantes respecto al aprendizaje de las trayectorias.

Direcciones futuras

A pesar de que las trayectorias del aprendizaje han demostrado ser eficaces en el currículo de matemáticas temprana y el desarrollo profesional,^{9,10} no hay muchos estudios para comparar las distintas vías de implementación de estas trayectorias. Por tanto, su función exacta aún no se ha estudiado. Además, en años recientes diferentes trayectorias del aprendizaje se han basado en considerables investigaciones, como las de cálculo y aritmética. Sin embargo, otras como los patrones y la medición tienen una base menor de investigación. Del mismo modo, hay pocas pautas sofisticadas de tópicos matemáticos para enseñar a estudiantes de más edad. Lo que, representa uno de los desafíos en este campo de estudios.

Conclusiones

Las trayectorias del aprendizaje son prometedoras para mejorar el desarrollo profesional y la enseñanza en el área de las matemáticas tempranas. Por ejemplo, el número reducido de profesores(as) que actualmente lideraron profundas discusiones de la reforma de las matemáticas en las aulas, vieron que no podía ser a través del currículo, pero si a través del apoyo de estudiantes en los distintos niveles de comprensión.¹¹ Además, quienes investigan sugirieron que el centro en las trayectorias del aprendizaje no sólo aumenta el conocimiento para profesores(as), sino que también en sus estudiantes para la motivación y el logro.^{12,13,14} De igual forma, pueden facilitar el desarrollo apropiado de la enseñanza y el aprendizaje para todos los niños y las niñas.

Nota de los autores:

El presente texto fue apoyado en parte por la Fundación Nacional de las Ciencias, con la subvención No. ESI-9730804 a D. H. Clements y Sarama Scaling “Building Blocks—Foundations for Mathematical Thinking, Pre- kindergarten to Grade 2: Research-based Materials Development y en una pequeña parte por el Instituto de Ciencias de la Educación (U.S. Departamento de Educación bajo la iniciativa Inter-agencial de Investigación para la Educación, o IERI, una colaboración de IES, NSF, and NICHHD) bajo la subvención No. R305K05157 a D. H. Clements, J. Sarama, y J. Lee, “Scaling Up TRIAD: Teaching Early Mathematics for Understanding with Trajectories and Technologies.” Algunas opiniones, resultados, conclusiones o recomendaciones expresadas en este material son las de los autores y no reflejan necesariamente los puntos de vista de las agencias de financiamiento. El currículo evaluado en esta investigación, ya ha sido publicado por los(as) autores(as), lo que sustenta un interés personal en los resultados. Cabe decir, que se contó con una persona auditora externa para la supervisión del diseño de la investigación, recopilación de datos y análisis, y cinco investigadores(as) independiente, para reforzar los resultados y los procesos. En la lista de autoría que se encuentra en orden alfabético, es posible encontrar a quienes contribuyeron en la investigación.

Referencias

1. Clements DH, Sarama J, eds. Hypothetical learning trajectories. *Mathematical Thinking and Learning* 2004;6(2).
2. Clements DH, Conference Working Group. Part one: Major themes and recommendations. In: Clements DH, Sarama J, DiBiase AM, eds. *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates; 2004: 1-72.
3. NCTM. *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics: A quest for coherence*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematic; 2006.
4. United States. National Mathematics Advisory Panel. *Foundations for success: The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel*. Washington D.C.: U.S. Department of Education, Office of Planning, Evaluation and Policy Development;

2008.

5. Clements DH, Sarama J. Early childhood mathematics learning. In: Lester FK Jr, ed. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York, NY: Information Age Publishing; 2007a: 461-555.
6. Sarama J, Clements DH. *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. New York, NY: Routledge; 2009.
7. Clements DH, Sarama J. *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. New York: Routledge; 2009.
8. Clements DH, Sarama J. SRA real math building blocks. Teacher's resource guide pre K. Columbus, OH: SRA/McGraw-Hill; 2007b.
9. Clements DH, Sarama J. Experimental evaluation of the effects of a research-based preschool mathematics curriculum. *American Educational Research Journal* 2008;45:443-494.
10. Sarama J, Clements DH, Starkey P, Klein A, Wakeley A. *Scaling up the implementation of a pre-kindergarten mathematics curriculum: Teaching for understanding with trajectories and technologies*. *Journal of Research on Educational Effectiveness* 2008;1:89-119.
11. Fuson KC, Carroll WM, Drueck JV. Achievement results for second and third graders using the Standards-based curriculum Everyday Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education* 2000;31:277-295.
12. Clarke BA. A shape is not defined by its shape: Developing young children's geometric understanding. *Journal of Australian Research in Early Childhood Education* 2004;11(2):110-127.
13. Fennema EH, Carpenter TP, Frank ML, Levi L, Jacobs VR, Empson SB. A longitudinal study of learning to use children's thinking in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education* 1996;27:403-434.
14. Wright RJ, Martland J, Stafford AK, Stanger G. *Teaching number: Advancing children's skills and strategies*. London: Paul Chapman Publications/Sage; 2002.

^aVer también la Construcción de bloques Web Site. Available at: <http://www.ubbuildingblocks.org/>. Accessed October 6, 2016.

^bVer tambi TRIAD Web Site. Available at: <http://www.ubtriad.org>. Accessed October 6, 2016.

El fomento de las matemáticas en la educación preescolar y en el jardín

Arthur J. Baroody, PhD

College of Education, University of Illinois at Urbana-Champaign, EE.UU.

Julio 2010

Introducción

¿Cómo ayudar mejor a estudiantes a aprender el hecho que un solo dígito (básico), en la sumatoria básica, como $3 + 4 = 7$ y $9 + 5 = 14$, y también en la sustracción, como $7 - 3 = 4$ y $14 - 9 = 5$? Ha sido una temática de un largo debate. (Ver, por ejemplo., Baroody & Dowker,¹ particularmente los capítulos 2, 3, 6, y 7). Sin embargo, existe un consenso general sobre el hecho de que los niños y las niñas necesitan concretar su fluidez.² El hecho de la fluidez implica la realización de las sumas y las restas eficientemente eficientemente (con rapidez y flexibilidad) y aplicando este conocimiento de manera adecuada y flexible. En la últimas cuatro décadas, se ha ido despejando la idea de que las matemáticas es un conocimiento importante para los niños y las niñas todos los días (informal), como base del aprendizaje en la escuela (formal).^{3,4,5} Por ejemplo, la investigación sustenta que el apoyar a los niños y las niñas a construir el sentido numérico puede promover la fluidez.^{6,7,8,9} El hecho de esta aseveración, es resumir cómo el desarrollo del sentido numérico informal antes del primer grado, proporciona una base para la destreza formal clave de fluidez en los grados primarios.

Preguntas directrices

1. ¿Cuándo los padres y las madres, como profesores(as) de la primera infancia deben comenzar a promover (a) el proceso del sentido numérico y; (b) los esfuerzos para fomentar el hecho de la fluidez directamente?
2. ¿Cuáles son los requisitos previos para que los niños y las niñas preescolares y del jardín necesitan para lograr eficiente y eficazmente el hecho de la fluidez?
3. ¿Qué rol juega el lenguaje en el desarrollo de este fundamental conocimiento?
4. ¿Cómo los padres y las madres, como profesores(as) de la primera infancia pueden alentar con mayor eficiencia el sentido numérico y el hecho de la fluidez?


Resultados de recientes investigaciones

Pregunta 1. El proceso de apoyar a los niños y a las niñas a construir el sentido numérico es basado en el hecho de la fluidez, puede y debiera iniciarse en la edad preescolar. En recientes investigaciones se indica que los niños y las niñas comienzan la construcción del sentido numérico muy temprano, incluso entre los 18 y los 2 años pueden comenzar aprendiendo el desarrollo de prerrequisitos para el hecho de la fluidez (por ejemplo, ver Baroody, Lai, & Mix,³ para revisar).

Los esfuerzos exitosos para promover el hecho de la fluidez, dependen de la seguridad que el niño o la niña desarrollen en la lectura y que no sea de forma apresurada. En este sentido, la investigación indica que hay importantes diferencias individuales en el sentido numérico; las que aparecen temprano y generalmente son a los dos o tres años de edad, y con frecuencia aumentan con la edad,^{3,10} aunque es de considerar que no hay una reglas absolutas al respecto. Para muchos niños, es posible que igual con las adiciones más sencillas ($n + 0$ y $n + 1$), una tal formación no sea apropiada en el plan del desarrollo antes del final de la maternal o el comienzo del primer año escolar.¹¹ Para los niños con riesgo de fracaso en el plano escolar, sucede con frecuencia que igual con las sumas más simples estas no tengan ningún sentido antes del primero o del segundo año.¹²

Pregunta 2 y 3. En algunas investigaciones se indica que el lenguaje, en la forma de las primeras palabras de los números, tiene un rol clave en la construcción del sentido numérico (para una discusión detallada ver Baroody;³ Mix, Sandhofer, & Baroody¹³). Específicamente, se puede proporcionar una base para dos sustentos del temprano sentido numérico, nominadas como un concepto de un número cardinal (el número total de elementos en un conjunto) y la habilidad de reconocimiento verbal de los números, algunas veces es llamada (verbal) subitizing, como se muestra en la Figura 1. El reconocimiento verbal de los números, supone reconocer de forma fiable y eficiente el número de ítems de elementos en pequeños conjuntos y las palabras de los números apropiadas. El uso de “uno, dos, tres” de acuerdo a los ejemplos vistos y otros, puede ayudar a niños y niñas de 2 y 3 años a construir un concepto más preciso de los números “intuitivos” *uno, dos y tres*, y una comprensión de la unidad, dualidad y la trinidad numérica.

- Viendo $\bullet\bullet$, $\Delta\Delta$, y $\bigcirc\bigcirc$ (ejemplos de pares), todo señalados por dos, los niños pequeños pueden reconocer que la apariencia de los objetos haciendo parte de colecciones, no tiene ninguna importancia; (la forma y el color no son pertinentes para el número). Ello les puede brindar un identificador (“dos”) por el concepto intuitivo de *pluralidad* (más de un objeto).

- El hecho de ver \bullet , \dots , Δ , $\Delta\Delta\Delta$, \square , \square , y  (son contra ejemplos de pares) señalados como “no siendo dos” o el nombre de otro número, puede ayudarles a definir el límite del concepto de *dos*.

Las implicaciones de las instrucciones son clave para una comprensión básica de número cardinal, porque no es innata ni tampoco se despliegan automáticamente (cf. Dehaene¹⁵).^{14,16} Los padres y las madres, como también profesores(as) preescolares, tienen una importante labor para proporcionar experiencias y atender las necesidades en la construcción de conceptos numéricos. Por su parte, también debieran aprovechar las experiencias cotidianas significativas, para promover que el niño o la niña sea capaz de nombrar pequeñas colecciones (por ejemplo. “¿cuántos pies tienes? entonces necesitas dos zapatos”, “puedes tomar una galleta, no dos galletas”). Algunos niños y niñas entran al jardín sin ser capaces de reconocer intuitivamente los números, lo que implica que están en grave riesgo para fracasar en la escuela y necesitan trabajos de reparación intensiva. En el jardín, se debiera detectar de inmediato esta capacidad y comprobar si los niños y las niñas reconocen conjuntos de 1 a 3 objetos y si pueden distinguir de otros más grandes de 4 o 5.

Tal como, lo ilustra la **Figure 1**, la co-evolución de los conceptos cardinales de los números intuitivos y las habilidades del reconocimiento verbal de los números pueden servir como base, para una amplia variedad de números, cuentas y, conceptos y habilidades matemáticas. El reconocimiento intuitivo de los números puede ayudar literalmente a los niños y a las niñas a ver que un conjunto que tiene marca “dos” tiene más, que un conjunto que marca “uno” y que el conjunto que marca “tres”, tiene más objetos que el conjunto de nombre “dos”. Esta comprensión ordinal básica de comprensión de los números, a su vez, puede ayudar a los niños y las niñas a reconocer la secuencia de las palabras de los números (uno, dos, tres...) y que representa colecciones cada vez más grandes. Cuando el niño o la niña se familiarizan con la secuencia del conteo, pueden desarrollar las habilidades para comenzar desde cualquier punto de secuencia del conteo y decir el siguiente número de la secuencia instantáneamente, en vez de contar desde “uno”.

La capacidad automática de nombrar un número después de otro, puede ser la base para la comprensión de que la adición de “uno” a un número resulte un número mayor, y más específicamente, la regla para después de la serie $n+1/1+n$ hechos. Al añadir “uno”, la suma es el número después de otro número en la secuencia del conteo (por ejemplo, la suma de $7 + 1$ es el

número después de “siete” cuando contamos u “ocho”). Esta razonable estrategia puede hacer que los niños y las niñas sean capaces deducir de manera eficiente, la suma de cualquier combinación por la cual sepan la secuencia del conteo, incluso quienes no hayan practicado mayores múltiplos de dígitos, como $28 + 1$, $128 + 1$ o 1.000 . En el tiempo, esta estrategia se convierte en un razonamiento automático y se puede aplicar eficientemente, sin deliberación (es decir, se convierte en un componente de la red de recuperación). En otras palabras, es la base para el acto de la fluidez con los $n+1/1+n$ combinaciones.

El reconocimiento verbal de los números y el concepto de los números cardinales, puede ser una base significativa de las cuentas.¹⁷ Los niños y las niñas que pueden reconocer los números “uno, dos y tres” tienen más posibilidades de beneficiarse de los esfuerzos de enseñanza de las personas adultas, para que aprendan a contar de quienes no pueden. Asimismo, pueden reconocer el propósito del recuento de objetos (como otra forma de determinar el conjunto total) y la racionalidad de los procedimientos para contar objetos (por ejemplo, la razón de por qué se enfatiza en repetir la última palabra del número utilizado en el conteo y que representa el total contado). El objeto contado con sentido es necesario para la generación de estrategias de cuentas (con objetos o números de palabras) para determinar las sumas o las diferencias. A medida que estas estrategias se han vuelto eficientes, la atención se ha focalizado para descubrir patrones y relaciones, e incluso pueden servir como base para estrategias de relacionamiento (por ejemplo, usar los hechos y relaciones conocidas para deducir la respuesta de una combinación desconocida). También cuando estas estrategias de razonamiento se vuelven automáticas, logran ser utilizadas para producir respuestas eficientes desde la memoria o de la red de recuperación.

El reconocimiento verbal de los números puede permitir a un niño o a una niña ver uno - uno - uno como *tres* y al revés (por ejemplo, *tres* como uno- uno - uno). Lo que conlleva al niño o la niña construir una comprensión de la composición y la descomposición (en su conjunto puede ser construido y dividirse de las partes individuales, que a menudo tienen diferentes sentidos). Al ver repetidamente la composición y descomposición de *dos* o *tres*, se puede conseguir la fluidez sencilla de la adición y la sustracción (por ejemplo, el conjunto de cuatro como “dos y dos” y escuchar a otra persona confirmar “sí, dos y dos son cuatro”) se pueden llevar a cabo fluidamente simples sumatorias hasta cinco y encontrar el camino para descubrir el número después de la regla para $n+1/1+n$ combinaciones (discutido con anterioridad).

El concepto cardinal, del reconocimiento verbal de los números y los conceptos de composición y descomposición pueden en su conjunto ofrecer las bases, para la construcción del concepto de la

adición y la sustracción. Por ejemplo, para incluir un objeto a un conjunto de dos, un niño o una niña pueden ver literalmente que el conjunto se ha transformado a lo largo de un conjunto de tres. También, estas competencias pueden solventar los fundamentos para una construcción relativamente concreta e incluso abstracta al comprender la secuencia de los conceptos matemáticos¹⁸:

- El concepto de la negación de la sustracción. Por ejemplo, cuando los niños y las niñas reconocen que si se tienen dos bloques y quitas dos, no quedará nada, esto puede inducir a inducir al patrón que *cualquier número se puede quitar y no dejar nada*.
- El concepto de identificar la adición y la sustracción. Por ejemplo, cuando los niños y las niñas reconocen que dos bloques, cuando no se toman estos dos bloques, esto puede inducir a la regularidad, que si no se toman *los números, el número no cambiará*. Los conceptos de la negación y la identidad de la sustracción pueden proporcionar una base para la fluidez con $n - n = 0$ y $n - 0 = n$ familias de operaciones de resta respectivamente.

Una debilidad del sentido numérico, es que puede interferir con el hecho de la fluidez y otros aspectos para el logro matemático . Por ejemplo, Mazzocco y Thompson¹⁹ encontraron que el rendimiento de los niños y las niñas preescolares, en cuatro objetos de la prueba de las habilidades matemáticas- segunda edición (TEMA -2) fue predictiva para detectar posibles dificultades en las matemáticas en segundo y tercer grado principalmente en el recuento de objetos (reconociendo que la última palabra del número contado indica el total), cardinalmente comparando los números de un dígito por ejemplo, ¿qué número es más: cinco o cuatro?) Adicionando mentalmente y leyendo números de un dígito. Nota: reconocer intuitivamente números verbales de un dígito es la base para las tres primeras habilidades del aprendizaje y el paso principal para la cuarta.

Cuestión 4. Las bases para apoyar a los y las estudiantes a construir ambos sentidos numéricos y el hecho de la fluencia, en particular es para generar oportunidades que puedan apoyar a descubrir patrones y relaciones. Por ejemplo. Un niño o una niña que ha aprendido que “los dobles”, tales como $5 + 5 = 10$ y $6 + 6 = 12$ es significativo (por ejemplo, cuando reconocen que en una suma son pares y se cuentan por dos números) este conocimiento se puede utilizar para razonar las sumas de dobles desconocidos, como $5 + 6$ o $7 + 6$.

Lo anterior, para que sea aprovechado apropiadamente como una oportunidad del aprendizaje, debiera tener un propósito significativo y una base de investigación.²⁰

- La instrucción debe tener un propósito y un encanto para los niños y las niñas. Lo que se puede lograr a través de la incorporación de la enseñanza del juego estructurado (por ejemplo, jugar un juego que consiste en lanzar un dedo, para que se reconozcan los patrones regulares del uno al seis). Las lecciones de arte y música pueden servir como vehículos naturales para pensar en los patrones, números y formas (por ejemplo, manteniendo un ritmo de dos o tres, dibujando grupos de globos). Los padres y las madres y profesores(as) pueden aprovechar las diferentes situaciones cotidianas (por ejemplo, ¿cuántos pies tienes?... luego, ¿cuántos calcetines vas a tomar del cajón?) y demuestra que las preguntas de los niños y las niñas pueden ser importantes para enseñar con propósito.
- La instrucción debe ser significativa para los niños y las niñas para su construcción gradual progresiva (y realizar conexiones) ¿qué deberían saber? Una meta significativa para personas adultas que tienen que trabajar con niños y niñas de dos años, es que reconozcan el dos, para impulsarles a reconocer rápidamente números más grandes, como cuatro, pero puede ser abrumador y que se desalienten (implicando una falta de atención, reacciones de forma agresiva, comiencen a adivinar o retirarse de la actividad).
- La instrucción debe basarse en requerimientos o invitar a la reflexión en la medida de lo posible. Asimismo, se les debiera dar a los niños y a las niñas la oportunidad de pensar acerca un problema o tareas, para hacer conjeturas, diseñar sus propias estrategias o deducir sus propias respuestas.

Así varios de estos puntos son ilustrados a través del caso de Alicia²¹ y Lukas.²²

- *El caso de Alicia.* A los 2,5 años había sido capaz de reconocer durante meses uno, dos o tres objetos. Por lo que, su padre y madre querían ampliar el rango de los números a cuatro, aunque por su edad no estuviera dentro del rango de su competencia. Así en lugar de etiquetar simplemente conjuntos de cuatro, le empezaron a preguntar sobre colecciones de a cuatro. Generalmente, Alicia respondió por la descomposición irreconocible de dos conjuntos familiares de a dos, lo que llevó a que le preguntaran “dos y dos son cuatro. A los 30 meses, le mostraron una fotografía de cuatro cachorros, Alicia mostró dos dedos de su mano izquierda sobre dos perros y dijo “dos”. Al mismo tiempo, ella mostró dos dedos de su mano derecha y los colocó sobre los otros dos perros de la fotografía y dijo “dos”, entendiéndose que conocía la relación de “2 y 2 son 4”, (lo había aprendido de su padre y madre) para especificar el valor cardinal de un conjunto.

- *El caso de Lukas.* En el contexto basado en un juego matemático en un computador, se le presentó a Lukas $6 + 6$, quien determinó la suma contando. Luego se le presentó $7 + 7$, él sonrió y rápidamente dijo “trece”, pero se le indicó que la suma era “catorce” y quedó desconcertado. Posteriormente, se le mostró $8 + 8$ y señaló “iba a decir quince, porque $7 + 7$ son 14, pero antes $6 + 6$ era 12 y había pensado que $7 + 7$ era 13, sólo que se me indicó que era 14, por eso ahora diré que es 16”.

Direcciones futuras

Aún queda mucho por aprender sobre el desarrollo matemático preescolar y quedan pendientes las siguientes preguntas ¿las habilidades del reconocimiento visual de los números a los dos años pueden preparar para la lectura en el jardín o el logro matemático en la escuela? Si es así, ¿la intervención se podría centrar en ejemplos y no ejemplos sobre la capacidad de medir el riesgo académico con sus pares?, ¿qué otros conceptos o habilidades a los dos o tres años pueden preparar la lectura en el jardín o el logro matemático en la escuela?, ¿qué tan eficaces son los programas de matemáticas en primera infancia, que se han desarrollado en la actualidad?

Conclusiones

Contrariamente a las creencias de personas educadoras de la temprana infancia, la enseñanza de las matemáticas para los niños y las niñas de tan sólo dos años pueden generar el sentido en esta materia.^{23,24,25,26} Como lo muestra la **Figura 1** que deja en claro, la enseñanza debiera comenzar enseñando a construir el concepto cardinal intuitivo de los números y la habilidad de reconocer y etiquetar conjuntos de uno a tres objetos con una apropiada palabra numérica. Además, como lo muestra la Figure 1 estos aspectos del aprendizaje de los números son la clave más tarde para las matemáticas y a menudo para detectar las tempranas discapacidades de los niños y las niñas con las matemáticas.²⁷ Lo que no significa imponer conocimientos en la etapa preescolar o hacerles memorizar hechos aritméticos, sino que fomentar el sentido numérico y el hecho de la fluidez, y que se deberían centrar en apoyar a los niños y a las niñas a descubrir relaciones y fomentar su intervención de estrategias de razonamiento.

Figura 1. Trayectoria de aprendizaje de conceptos y aptitudes claves en materia de números, de conteo y de aritmética



La investigación presentada fue apoyada en parte por la Fundación Nacional de Ciencias (BCS-0111829), la Fundación Spencer (Subvención 200400033), el Instituto Nacional de Salud (1 R01 HD051538-01), y el Instituto Nacional de Educación (R305K050082). Las opiniones expresadas en el siguiente manuscrito son exclusivas de su autor y no reflejan necesariamente la posición, la política o el respaldo de las instituciones mencionadas.

Referencias

1. Baroody AJ, Dowker A. The development of arithmetic concepts and skills: Constructing adaptive expertise. In: Schoenfeld A, ed. *Studies in mathematics thinking and learning series*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates; 2003.
2. Kilpatrick J, Swafford J, Findell B, eds. *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press; 2001.

3. Baroody AJ, Lai ML, Mix KS. The development of number and operation sense in early childhood. In: Saracho O, Spodek B, eds. *Handbook of research on the education of young children*. Mahwah, NJ: Erlbaum; 2006: 187-221.
4. Clements D, Sarama J, DiBiase AM, eds. *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates; 2004: 149-172.
5. Ginsburg HP, Klein A, Starkey P. The development of children's mathematical knowledge: Connecting research with practice. In: Sigel IE, Renninger KA, eds. *Child psychology in practice*. 5th Ed. New York, NY: Wiley & Sons; 1998; 401-476. *Handbook of child psychology*, vol 4.
6. Baroody AJ. Why children have difficulties mastering the basic number facts and how to help them. *Teaching Children Mathematics* 2006;13:22-31.
7. Baroody AJ, Thompson B, Eiland M. Fostering the fact fluency of grade 1 at-risk children. Paper presented at: The annual meeting of the American Educational Research Association. April, 2008. New York, NY.
8. Gersten R, Chard, D. Number sense: Rethinking arithmetic instruction for students with mathematical disabilities. *The Journal of Special Education* 1999;33(1):18-28.
9. Jordan NC. The need for number sense. *Educational Leadership* 2007;65(2):63-66.
10. Dowker AD. *Individual differences in arithmetic: Implications for psychology, neuroscience and education*. Hove, England: Psychology Press; 2005.
11. Baroody AJ. The development of kindergartners' mental-addition strategies. *Learning and Individual Differences* 1992;4:215-235.
12. Baroody AJ, Eiland M, Thompson B. Fostering at-risk preschoolers' number sense. *Early Education and Development* 2009;20:80-120.
13. Mix KS, Sandhofer CM, Baroody AJ. Number words and number concepts: The interplay of verbal and nonverbal processes in early quantitative development. In: Kail R, ed. *Advances in child development and behavior*, vol 33. New York, NY: Academic Press; 2005: 305-346.
14. Baroody AJ, Li X, Lai ML. Toddlers' spontaneous attention to number. *Mathematics Thinking and Learning* 2008;10:1-31.
15. Dehaene S. *The number sense*. New York, NY: Oxford University Press; 1997.
16. Wynn K. Numerical competence in infants. In; Donlan C, ed. *Development of mathematical skills*. Hove, England: Psychology Press; 1998: 1-25.
17. Benoit L, Lehalle H, Jouen F. Do young children acquire number words through subitizing or counting? *Cognitive Development* 2004;19:291-307.
18. Baroody AJ, Lai ML, Li X, Baroody AE. Preschoolers' understanding of subtraction-related principles. *Mathematics Thinking and Learning* 2009;11:41-60.
19. Mazzocco M, Thompson R. Kindergarten predictors of math learning disability. *Learning Disabilities Research & Practice* 2005;20:142-155.
20. Baroody AJ, Coslick RT. *Fostering children's mathematical power: An investigative approach to K-8 mathematics instruction*. Mahwah, NJ: Erlbaum; 1998.
21. Baroody AJ, Rosu L. Adaptive expertise with basic addition and subtraction combinations: The number sense view. In: Baroody AJ, Torbeyns T. chairs. *Developing Adaptive Expertise in Elementary School Arithmetic*. Symposium conducted at: The annual meeting of the American Educational Research Association. April, 2006. San Francisco, CA.
22. Baroody AJ. Fostering early number sense. Keynote address at: The Banff International Conference on Behavioural Science. March, 2008. Banff, Alberta.

23. Baroody AJ, Li X. Mathematics instruction that makes sense for 2 to 5 year olds. In: Essa EA, Burnham MM, eds. *Development and education: Research reviews from young children*. New York: The National Association for the Education of Young Children; 2009: 119-135.
24. Bredekamp S, Copple C. *Developmentally appropriate practice in early childhood programs*. Washington, DC: National Association for the Education of Young Children; 1997.
25. Copley J, ed. *Mathematics in the early years, birth to five*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics; 1999.
26. Copley J, ed. *The young child and mathematics*. Washington, DC: National Association for the Education of Young Children; 2000.
27. Landerl K, Bevan A, Butterworth B. Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: A study of 8-9 year old students. *Cognition* 2004;93:99-125.